



参考答案及解析

文数(三)

一、选择题

1. B 【解析】因为集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 2\} = \{x | 0 < x \leq 4\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$, 所以 $A \cup B = \{x | -1 < x \leq 4\}$. 故选 B.

2. D 【解析】因为 $\frac{1+ai}{3-i} = \frac{(1+ai)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3-a+(3a+1)i}{10} = \frac{3-a}{10} + \frac{3a+1}{10}i$ 为纯虚数, 所以 $\begin{cases} 3-a=0, \\ 3a+1 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $a=3$. 故选 D.

3. D 【解析】法一: 因为 $b < a < 0$, 所以 $|a| < |b|$, 故 A 错误; $b^2 - ab = b(b-a)$, 因为 $b < 0, b-a < 0$, 所以 $b(b-a) > 0$, 所以 $b^2 > ab$, 故 B 错误; 根据 $y = \frac{1}{x}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 可知 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 故 C 错误; 根据二次函数 $y = x^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 可知 $a^2 < b^2$, 故 D 正确. 故选 D.

法二: 设 $b = -2, a = -1$, 代入验证只有选项 D 成立. 故选 D.

4. C 【解析】由已知得 $\bar{x} = 3, \bar{y} = 2.46$, 所以样本点的中心点的坐标为 $(3, 2.46)$, 代入 $\hat{y} = 0.7x + k$, 得 $2.46 = 0.7 \times 3 + k$, 即 $k = 0.36$, 所以 $\hat{y} = 0.7x + 0.36$. 取 $x = 7$, 得 $\hat{y} = 0.7 \times 7 + 0.36 = 5.26$, 故预测 2019 年家庭教育支出大约是 5.26 万元. 故选 C.

5. C 【解析】选项 A, 若 $l \parallel m, m \parallel n$, 则 $l \parallel n$. 再结合 $n \parallel \alpha$, 不能推得 $l \parallel \alpha$, 有可能 $l \subset \alpha$, 故 A 错误; 选项 B, 有可能 $l \subset \beta$, 故 B 错误; 选项 C, 若 $l \parallel m, m \parallel n$, 则 $l \parallel n$. 又 $n \perp \alpha$, 所以 $l \perp \alpha$, 故 C 正确; 选项 D, 有可能 $m \subset \beta$, 故 D 错误. 故选 C.

6. B 【解析】由 $\cos B(c - a \sin C) = \cos C(a \sin B - b)$, 得 $c \cos B - a \cos B \sin C = a \sin B \cos C - b \cos C$, 得 $c \cos B + b \cos C = a(\sin B \cos C + \cos B \sin C)$, 得 $c \cos B + b \cos C = a \sin(B+C) = a \sin A$, 由正弦定理得 $\sin C \cos B + \sin B \cos C = \sin^2 A$, 所以 $\sin^2 A = \sin(B+C)$

$= \sin A$. 又在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A \neq 0$, 所以 $\sin A = 1$, 所以 $A = \frac{\pi}{2}$, 所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形. 故选 B.

7. A 【解析】设 $CD = x$. 由 $DE \parallel BC$, 得 $\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CB}$, 即 $\frac{4-x}{4} = \frac{x}{2}$, 解得 $x = \frac{4}{3}$. 设在 $\triangle ABC$ 上任取一点, 则此点取自阴影部分为事件 M, 由几何概型中的面积比得 $1 - P(M) = \frac{S_{\text{正方形}CDEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2}{\frac{1}{2} \times 4 \times 2} = \frac{4}{9}$, 则

$$P(M) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}. \text{ 故选 A.}$$

8. B 【解析】由三视图可知, 其对应的几何体是一个半圆锥, 且圆锥的底面半径为 1, 母线长为 2, 故侧视图是一个边长为 2 的正三角形. 易知过该几何体顶点的所有截面均为等腰三角形, 且腰长为 2, 顶角的范围为 $(0^\circ, 60^\circ]$, 设顶角为 θ , 则截面的面积 $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin \theta = 2 \sin \theta$, 当 $\theta = 60^\circ$ 时, 面积取得最大值 $\sqrt{3}$. 故选 B.

9. C 【解析】将函数 $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变), 得到 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, 然后图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 则 $g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A 项中, 函数的周期为 $2k\pi (k \in \mathbb{Z})$, 当 $k = -1$ 时, 周期 $T = -2\pi$, 故 A 正确;

B 项中, 当 $x = \frac{8\pi}{3}$ 时, $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{9\pi}{3}\right) = \cos 3\pi = -1$ 为最小值, 即 $y = g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{8\pi}{3}$ 对称, 故 B 正确;

C项中,当 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ 时, $\frac{5\pi}{6} < x + \frac{\pi}{3} < \frac{4\pi}{3}$,此时函数 $g(x)$ 不是单调函数,故C错误;

D项中,当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, $g(x+\pi) = \cos(\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{3\pi}{2} = 0$,则 $g(x+\pi)$ 的一个零点为 $x = \frac{\pi}{6}$,故D正确. 故选C.

10. C 【解析】由题得, $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AR}) = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AB})] = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB})] = \frac{1}{2}(b + \frac{1}{4}\overrightarrow{AP} + \frac{1}{2}a)$,所以 $\frac{7}{8}\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b$,所以 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{7}a + \frac{4}{7}b$,可得 $m = \frac{2}{7}, n = \frac{4}{7}, m+n = \frac{6}{7}$. 故选C.

11. B 【解析】因为抛物线与双曲线焦点相同,所以 $p = 2c$. 因为 AF 与 x 轴垂直,不妨设 A 在第一象限,所以可求得点 A 的坐标为 $(\frac{p}{2}, p)$,将其代入双曲线方程可得 $\frac{p^2}{4a^2} - \frac{p^2}{b^2} = 1$,又因为 $b^2 = c^2 - a^2, p = 2c$,所以 $\frac{c^2}{a^2} - \frac{4c^2}{c^2 - a^2} = 1$,化简得 $c^4 - 6c^2a^2 + a^4 = 0$,两边同时除以 a^4 ,得 $e^4 - 6e^2 + 1 = 0$,解得 $e^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 或 $3 - 2\sqrt{2}$ (舍). 设渐近线斜率为 k ,由 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = 1 + \frac{b^2}{a^2} = 1 + k^2$,解得 $k^2 = 2 + 2\sqrt{2} > 3$,所以倾斜角应大于 60° ,所以区间可能是 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$. 故选B.

12. A 【解析】因为 $f(x) = ax - \ln x (x > 0)$,所以 $f(x^2) = ax^2 - \ln x^2 = ax^2 - 2\ln x$. 则不等式 $ax^2 \leq 2\ln x + f(5x-6)$ 在 $[2, 3]$ 上恒成立,等价于 $ax^2 - 2\ln x \leq f(5x-6)$,即 $f(x^2) \leq f(5x-6)$ 在 $[2, 3]$ 上恒成立. 因为 $x^2 - (5x-6) = x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) \leq 0$,即 $x^2 \leq 5x-6$. 所以等价于函数 $f(x)$ 在 $[4, 9]$ 上为增函数,即函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x) \geq 0$ 在 $x \in [4, 9]$ 上恒成立. 因为 $f'(x) = a - \frac{1}{x}$,所以由 $f'(x) = a - \frac{1}{x} \geq 0$,即 $a \geq \frac{1}{x}$ 在 $x \in [4, 9]$ 上恒成立. 当 $x \in [4, 9]$ 时, $\frac{1}{x} \in [\frac{1}{9}, \frac{1}{4}]$,所以 $a \geq \frac{1}{4}$,即实数

a 的取值范围是 $[\frac{1}{4}, +\infty)$. 故选A.

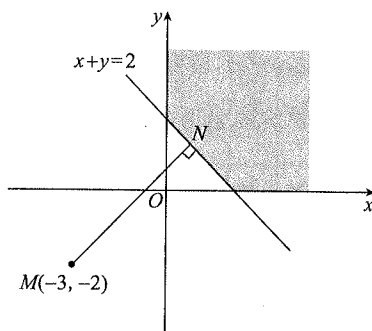
二、填空题

13. 6 【解析】由于奇函数的定义域必然关于原点对称,所以 $m=2$,故 $f(m) = f(2) = 6$.

14. $\pm\sqrt{3}$ 【解析】因为圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 的圆心为 $O(0, 0)$,半径为 $r=2$,直线 l 被圆截得的弦长为 $|AB| = 2\sqrt{3}$,所以圆心 $O(0, 0)$ 到直线 $l: y = kx + 2$ 的距离 $d = \sqrt{r^2 - (\frac{|AB|}{2})^2} = 1$,即 $\frac{|2|}{\sqrt{1+k^2}} = 1$,解得 $k = \pm\sqrt{3}$.

15. $\frac{49}{2}$ 【解析】画出约束条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x+y \geq 2 \end{cases}$ 表示的可行域

如下图阴影部分所示:



$(x+3)^2 + (y+2)^2$ 即表示点 $M(-3, -2)$ 与可行域内的点 (x, y) 间距离的平方. 显然 MN 长度最小,所以 $|MN|^2 = (\frac{|-3-2-2|}{\sqrt{2}})^2 = \frac{49}{2}$,即 $(x+3)^2 + (y+2)^2$ 的最小值为 $\frac{49}{2}$.

16. 300 【解析】在 $\triangle ABC$ 中,因为 $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ, BC = 200$,所以 $AC = \frac{200}{\sin 45^\circ} = 200\sqrt{2}$. 在 $\triangle AMC$ 中, $\angle MAC = 75^\circ, \angle MCA = 60^\circ$,则 $\angle AMC = 45^\circ$,由正弦定理可得 $\frac{AM}{\sin \angle ACM} = \frac{AC}{\sin \angle AMC}$,解得 $AM = 200\sqrt{3}$. 在 $\text{Rt}\triangle AMN$ 中, $MN = AM \sin \angle MAN = 200\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 300$.

三、解答题

17. 解: (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

$$\text{由 } \begin{cases} a_3 = 5, \\ a_2 + a_6 = 14, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} a_1 + 2d = 5, \\ 2a_1 + 6d = 14, \end{cases} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a_1 = 1, \\ d = 2. \end{cases} \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{故 } a_n = 1 + 2(n-1) = 2n-1. \quad (4 \text{ 分})$$

设数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q .

$$\text{由 } b_1 = 1, b_4 = 8, \text{ 得 } q^3 = \frac{b_4}{b_1} = \frac{8}{1} = 8,$$

$$\text{解得 } q = 2. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{故 } b_n = 1 \times 2^{n-1} = 2^{n-1}. \quad (7 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得, } c_n = a_n b_n = (2n-1) 2^{n-1}, \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } S_n = 1 \cdot 2^0 + 3 \cdot 2^1 + \cdots + (2n-1) \cdot 2^{n-1}, \quad (9 \text{ 分})$$

$$2S_n = 1 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + \cdots + (2n-1) \cdot 2^n, \quad (9 \text{ 分})$$

$$\text{由 } ① - ②, \text{ 得 } -S_n = (1 + 2 \cdot 2^1 + \cdots + 2 \cdot 2^{n-1}) - (2n-1) \cdot 2^n, \quad (10 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } -S_n = \left(1 + \frac{2^{n+1} - 2^2}{2-1}\right) - (2n-1) \cdot 2^n, \quad (11 \text{ 分})$$

$$\text{整理得 } S_n = (2n-3) \cdot 2^n + 3. \quad (12 \text{ 分})$$

18. 解: (1) 由题意, 用分层抽样的方法抽取了 100 名成年人, 其中体重小于 80 kg 的有 90 人,

则体重大于或等于 80 kg 的有 10 人. (2 分)

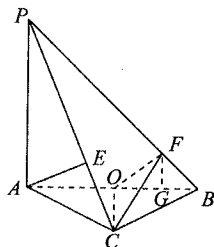
$$\text{故根据分层抽样的特点, 得 } \frac{10}{100} = \frac{10000}{n},$$

$$\text{解得 } n = 100000. \quad (4 \text{ 分})$$

(2) 由频率分布表, 可求得体重在 70 kg 以上 (含 70 kg) 的人数为 $30 + 8 + 2 = 40$. (5 分)所以按分层抽样的方法抽出 5 人时, 70 kg 以上 (含 70 kg) 的人数有 2 人, 记为 1, 2; 其余的 3 人记为 a, b, c , (6 分)从中随机抽取 3 人, 基本事件有: $(1, 2, a), (1, 2, b), (1, 2, c), (1, a, b), (1, a, c), (1, b, c), (2, a, b), (2, a, c), (2, b, c), (a, b, c)$, 共 10 个, (8 分)恰有一人为“体重大于或等于 70 kg”的基本事件有: $(1, a, b), (1, a, c), (1, b, c), (2, a, b), (2, a, c), (2, b, c)$, 共 6 个, (10 分)

所以恰有一人为“体重大于或等于 70 kg”的概率为

$$P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}. \quad (12 \text{ 分})$$

19. 解: (1) 因为 $PA \perp$ 平面 $ABC, BC \subset$ 平面 ABC ,所以 $PA \perp BC$. (1 分)又因为 $BC \perp AC, AC \cap PA = A, AC \subset$ 平面 $PAC, PA \subset$ 平面 PAC ,所以 $BC \perp$ 平面 PAC . (2 分)又 $AE \subset$ 平面 PAC , 所以 $BC \perp AE$. (3 分)又因为 $AE \perp PC, PC \subset$ 平面 $PBC, BC \subset$ 平面 $PBC, PC \cap BC = C$,所以 $AE \perp$ 平面 PBC . (4 分)(2) 作 $FG \perp AB$, 垂足为 G .因为 $PA \perp AB, FG \perp AB, PA, FG \subset$ 平面 PAB ,所以 $PA \parallel FG$. (5 分)又因为 $PA \perp$ 平面 ABC ,所以 $FG \perp$ 平面 ABC .所以 FG 是三棱锥 $F-BOC$ 的底面 BOC 上的高.(6 分)因为 $PA = AB = 2, AC = BC$, 且 $BC \perp AC, O$ 是 AB 的中点,所以 $OA = OB = OC = \frac{1}{2} AB = 1$, 且 $CO \perp AB$, $\angle APB = \angle PBA = 45^\circ$. (8 分)若三棱锥 $F-BOC$ 的体积为 $\frac{3-\sqrt{3}}{12}$,

$$\text{则 } V_{\text{三棱锥 } F-BOC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times OB \times OC \times FG = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\times 1 \times 1 \times FG = \frac{3-\sqrt{3}}{12},$$

$$\text{解得 } FG = \frac{3-\sqrt{3}}{2}. \quad (10 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } BG = FG = \frac{3-\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{所以 } OG = OB - BG = 1 - \frac{3-\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}. \quad (11 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } \tan \angle BOF = \frac{FG}{OG} = \frac{\frac{3-\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = \sqrt{3}.$$

故当三棱锥 $F-BOC$ 的体积为 $\frac{3-\sqrt{3}}{12}$ 时, $\tan \angle BOF = \sqrt{3}$. (12分)

20. 解: (1) 设点 $M(x, y)$, 则点 $P(x, 4y)$. (1分)

将点 $P(x, 4y)$ 代入椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ 中,

$$\text{得 } \frac{x^2}{4} + \frac{(4y)^2}{16} = 1, \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{得 } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1,$$

故点 M 的轨迹方程 Γ 是 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. (4分)

(2) 依题意知, 直线 l 的斜率不为 0, 不妨设直线 l 的方程为 $x = ty + m (m \neq 2)$.

$$\text{联立 } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \\ x = ty + m \end{cases} \text{ 消去 } x,$$

$$\text{得 } (t^2 + 4)y^2 + 2tmy + m^2 - 4 = 0,$$

$$\Delta = 16(t^2 - m^2 + 4) > 0. \quad (5 \text{ 分})$$

设点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{-2tm}{t^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{m^2 - 4}{t^2 + 4}. \quad (7 \text{ 分})$$

又 $DA \perp DB$, 所以 $\vec{DA} \cdot \vec{DB} = 0$. (8分)

$$\text{由 } \vec{DA} = (x_1 - 2, y_1), \vec{DB} = (x_2 - 2, y_2),$$

$$\text{得 } (x_1 - 2)(x_2 - 2) + y_1 y_2 = 0,$$

将 $x_1 = ty_1 + m, x_2 = ty_2 + m$ 代入上式,

$$\text{得 } (t^2 + 1)y_1 y_2 + t(m - 2)(y_1 + y_2) + (m - 2)^2 = 0, \quad (10 \text{ 分})$$

$$\text{所以 } (t^2 + 1) \frac{m^2 - 4}{t^2 + 4} + t(m - 2) \frac{-2tm}{t^2 + 4} + (m - 2)^2 = 0,$$

$$\text{整理得 } 5m^2 - 16m + 12 = 0,$$

$$\text{解得 } m = \frac{6}{5} \text{ 或 } m = 2 (\text{舍}),$$

$$\text{则直线 } l \text{ 恒过点 } \left(\frac{6}{5}, 0\right). \quad (12 \text{ 分})$$

21. 解: (1) 由题知, $f(x) = e^x - ax$ 的定义域是 $\mathbf{R}$.

$$f'(x) = e^x - a, \quad (1 \text{ 分})$$

当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$ 恒成立,

所以函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 故函数 $f(x)$ 无极值; (2分)

当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = \ln a$;

令 $f'(x) < 0$, 得 $x < \ln a$;

令 $f'(x) > 0$, 得 $x > \ln a$,

所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, \ln a)$ 上单调递减, 在 $(\ln a, +\infty)$ 上单调递增.

所以函数 $f(x)$ 的极小值是 $f(\ln a) = a - a \ln a$, 无极大值.

综上, 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 无极值;

当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 有极小值 $a - a \ln a$, 无极大值.

(4分)

(2) 由 $g(x) = 0$,

$$\text{得 } e^x = ax^2 + x + 1,$$

$$\text{得 } 1 = \frac{ax^2 + x + 1}{e^x}, \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{令 } h(x) = \frac{ax^2 + x + 1}{e^x} - 1,$$

$$\text{则 } h'(x) = \frac{-ax^2 + (2a-1)x}{e^x} = \frac{-a\left(x - \frac{2a-1}{a}\right)x}{e^x}. \quad (7 \text{ 分})$$

① 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $h'(x) = -\frac{x^2}{2e^x} \leq 0$, 此时函数 $h(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.

又 $h(0) = 0$, 故此时函数 $h(x)$ 仅有一个零点为 0, 即函数 $g(x)$ 仅有一个零点; (8分)

② 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, 令 $h'(x) > 0$, 得 $\frac{2a-1}{a} < x < 0$,

故函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $\left(\frac{2a-1}{a}, 0\right)$, 单调递减区间为 $\left(-\infty, \frac{2a-1}{a}\right), (0, +\infty)$.

又极大值 $h(0) = 0$, 所以极小值 $h\left(\frac{2a-1}{a}\right) < 0$.

当 $x < -\frac{1}{a}$ 时, 有 $0 < e^x < 1, ax^2 + x > 0$,

所以 $ax^2 + x + 1 > 1$, 此时 $h(x) > 0$,

故当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, 函数 $h(x)$ 还有一个零点, 故函数 $g(x)$ 有两个零点. (11分)

综上, 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $g(x)$ 有一个零点; 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, $g(x)$ 有两个零点. (12分)

22. 解: (1) 由曲线 $C_1 \begin{cases} x = 2\cos \alpha, \\ y = \sqrt{3}\sin \alpha, \end{cases}$

$$\text{得 } \begin{cases} \frac{\rho \cos \theta}{2} = \cos \alpha, \\ \frac{\rho \sin \theta}{\sqrt{3}} = \sin \alpha, \end{cases}$$

$$\therefore \frac{\rho^2 \cos^2 \theta}{4} + \frac{\rho^2 \sin^2 \theta}{3} = 1,$$

$$\therefore \text{曲线 } C_1 \text{ 的极坐标方程为 } \rho^2 = \frac{12}{3 + \sin^2 \theta}. \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{直线 } l \text{ 过原点, 斜率为 } k = \tan \alpha_0 = \frac{\sqrt{15}}{5},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的直角坐标方程为 } y = \frac{\sqrt{15}}{5}x. \quad (6 \text{ 分})$$

(2) $\because P$ 为曲线 C_1 与 x 轴正半轴的交点,

$$\therefore \theta = 0 \text{ 时, } \rho^2 = \frac{12}{3 + \sin^2 0} = 4,$$

得 ρ 的值为 2,

$$\text{又得 } \sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{6}}{4}, \quad (8 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 到直线 } l \text{ 的距离为 } 2 \sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{6}}{2}. \quad (10 \text{ 分})$$

23. 解: (1) 当 $m = 2$ 时,

$$f(x) = |x+1| + |2x-1| = \begin{cases} -3x, & x < -1, \\ -x+2, & -1 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 3x, & x > \frac{1}{2}, \end{cases}$$

(2 分)

$$f(x) \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1, \\ -3x \leq 4, \end{cases}$$

$$\text{或 } \begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ -x+2 \leq 4, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x > \frac{1}{2}, \\ 3x \leq 4, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \left\{ x \mid -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} \right\}. \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 当 $x \in [2, 3]$ 时, 不等式 $f(x) \leq |x+3|$ 恒成立, 结合 $m > 0$,

$$\text{即 } x + \frac{m}{2} + |mx-1| \leq x+3 \text{ 恒成立, 也即 } |mx-1|$$

$$\leq 3 - \frac{m}{2} \text{ 恒成立,}$$

当 $3 - \frac{m}{2} < 0$ 时, 显然不成立;

当 $3 - \frac{m}{2} \geq 0$ 时, 得 $\frac{m}{2} - 3 \leq mx-1 \leq 3 - \frac{m}{2}$, 整理得

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{m} \leq x \leq \frac{4}{m} - \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{2}{m} \leq 2, \\ \frac{4}{m} - \frac{1}{2} \geq 3, \end{cases} \text{ 得 } m \leq \frac{8}{7}.$$

$$\text{所以 } 0 < m \leq \frac{8}{7}.$$

所以实数 m 的取值范围是 $(0, \frac{8}{7}]$. (10 分)