理科数学寒假补充作业（五）

(时间:120 分钟　满分:150 分)

【选题明细表】

知识点、方法	题号
数列的概念、证明	1,18
等差、等比数列及应用	8,9,15
数列求和	12,16
不等式的性质及解法	2,6,10,14
线性规划问题	3,7,11,19
基本不等式及应用	4,5,13
综合问题	17,20,21,22

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.数列$\{a_n\}$满足 $a_1=a$,$a_{n+1}=\frac{a_n^2-2}{a_n+1}$$(n\in N^*)$,若数列$\{a_n\}$是常数列,则 a 等于

(　A　)

(A)-2　(B)-1　(C)0　(D)$(-1)^n$

解析:数列$\{a_n\}$满足 $a_1=a$,$a_{n+1}=\frac{a_n^2-2}{a_n+1}$$(n\in N^*)$,

所以 $a_2=\frac{a^2-2}{a+1}$.

因为数列$\{a_n\}$是常数列,则 $a=\frac{a^2-2}{a+1}$,解得 $a=-2$.

所以 $a_n=a=-2$.

故选 A.

2.若 a,b,c∈R,则下列命题中正确的是(　D　)

(A)若 ac>bc,则 a>b (B)若 $a^2>b^2$,则 a>b

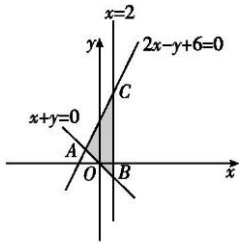
(C)若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,则 a>b　　(D)若$\sqrt{a}>\sqrt{b}$,则 a>b

解析:若 ac>bc,则当 c>0 时,得 a>b,当 c<0 时,得 a<b,故 A 错;若 $a^2>b^2$,则|a|>|b|,故 B 错;若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,则 a>b 或 a<0<b,故 C 错;若$\sqrt{a}>\sqrt{b}$,则 a>b.

故选 D.

3.不等式组$\begin{cases}2x-y+6\geq 0,\\ x+y\geq 0,\\ x\leq 2\end{cases}$表示的平面区域的面积为(　B　)

(A)48 (B)24 (C)16 (D)12



解析:不等式组$\begin{cases}2x-y+6\geq 0,\\ x+y\geq 0,\\ x\leq 2\end{cases}$

表示的平面区域如图阴影所示,

则点 A(-2,2),B(2,-2),C(2,10),

所以平面区域面积为 $S_{\triangle ABC}=$

$\frac{1}{2}|BC|\cdot h=\frac{1}{2}\times(10+2)\times(2+2)=24$.

故选 B.

4.已知 a>0,b>0,a,b 的等比中项是 1,且 $m=b+\frac{1}{a}$,$n=a+\frac{1}{b}$,则 m+n 的最小值是(　B　)

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

解析:由题意知 ab=1,

所以 $m=b+\frac{1}{a}=2b$, $n=a+\frac{1}{b}=2a$,

所以 $m+n=2(a+b)\geqslant 4\sqrt{ab}=4$,当且仅当 a=b=1 时取等号.选 B.

5.若 a,b∈R,且 ab>0,则下列不等式中,恒成立的是(　D　)

(A)$a^2+b^2>2ab$　　(B)$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

(C)$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{2}{\sqrt{ab}}$　　(D)$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2$

解析:因为 ab>0,所以 a,b 是同号,

所以$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=2$,当且仅当 a=b 时等号成立.故选 D.

6.已知函数 $f(x)=x^2-2ax+1$ 对任意 $x\in(0,2]$恒有 $f(x)\geqslant 0$ 成立,则实数 a 的取值范围是(　C　)

(A)$[1,\frac{5}{4}]$　(B)$[-1,1]$

(C)$(-\infty,1]$　(D)$(-\infty,\frac{5}{4}]$

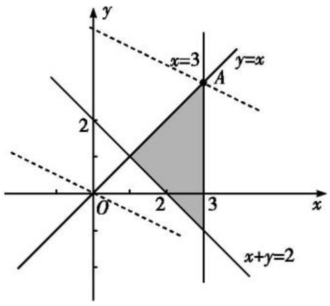
解析:$f(x)=x^2-2ax+1$ 对任意 $x\in(0,2]$恒有 $f(x)\geqslant 0$ 成立,即有 $2a\leqslant x+\frac{1}{x}$在 $x\in(0,2]$恒成立,由于 $x+\frac{1}{x}\geqslant 2$,当且仅当 x=1 时取最小值 2,所以 $2a\leqslant 2$,即 $a\leqslant 1$.

故选 C.

7.若 x,y 满足$\begin{cases}x\leq 3,\\x+y\geq 2,\\y\leq x,\end{cases}$则 x+2y 的最大值为(　D　)

(A)1　(B)3　(C)5　(D)9

解析:已知关于 x,y 的不等式组对应的平面区域如图所示,



设 $z=x+2y$,则 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$,它表示斜率为$-\frac{1}{2}$的一条动直线,当其在上述平面区域内移动,经过 A(3,3)点时,纵截距达到最大值,即 z 取得最大值,最大值为 $3+2\times3=9$.

故选 D.

8.已知等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{4}$,$a_3a_5=4(a_4-1)$,则 a_2 等于(　C　)

(A)2　(B)1　(C)$\frac{1}{2}$　(D)$\frac{1}{8}$

解析:因为 $a_3a_5=a_4^2$,$a_3a_5=4(a_4-1)$,

所以$a_4^2=4(a_4-1)$,

所以$a_4^2-4a_4+4=0$,

所以 $a_4=2$.

又因为 $q^3=\frac{a_4}{a_1}=\frac{2}{\frac{1}{4}}=8$,

所以 $q=2$,所以 $a_2=a_1q=\frac{1}{4}\times2=\frac{1}{2}$.故选 C.

9.已知$\{a_n\}$是等差数列,公差 d 不为零,前 n 项和是 S_n,若 a_3,a_4,a_8成等比数列,则(　B　)

(A)$a_1d>0$,$dS_4>0$　(B)$a_1d<0$,$dS_4<0$

(C) $a_1d>0$, $dS_4<0$　(D) $a_1d<0$, $dS_4>0$

解析:因为 a_3, a_4, a_8 成等比数列,

所以 $a_4^2=a_3a_8$,

所以 $(a_1+3d)^2=(a_1+2d)(a_1+7d)$,

展开整理,得

$-3a_1d=5d^2$, 即 $a_1d=-\frac{5}{3}d^2$.

因为 $d\neq 0$, 所以 $a_1d<0$.

因为 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$,

所以 $S_4=4a_1+6d$, $dS_4=4a_1d+6d^2=-\frac{2}{3}d^2<0$. 故选 B.

10. 已知 $a>0$, $b>0$, 且 $a+b>2$, 则$\frac{1+b}{2}$与$\frac{1+a}{b}$两数应满足(C)

(A)都大于 2　　　(B)都小于 2

(C)至少有一个小于 2　(D)至少有一个大于 2

解析:在证明时结论若是“都是”“都不是”“至少”“至多”或“…≠…”等形式时,往往考虑反证法.

假设$\frac{1+b}{a}$, $\frac{1+a}{b}$都不小于 2, 则$\frac{1+b}{a}\geqslant 2$, $\frac{1+a}{b}\geqslant 2$,

因为 $a>0$, $b>0$,

所以 $1+b\geqslant 2a$, $1+a\geqslant 2b$, 两式相加,得

$1+1+a+b\geqslant 2(a+b)$,

即 $2\geqslant a+b$, 这与已知 $a+b>2$ 矛盾.

故假设不成立.

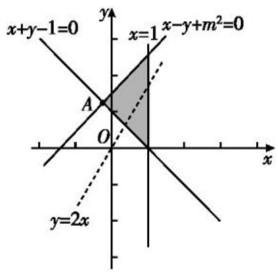
即$\frac{1+b}{a}$与$\frac{1+a}{b}$两数中至少有一个小于 2.故选 C.

11.在约束条件$\begin{cases} x\le 1, \\ x-y+m^2\ge 0, \\ x+y-1\ge 0 \end{cases}$下,若目标函数 z=-2x+y 的最大值不超过4,则实数 m 的取值范围是(D)

(A)$(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ (B)$[0,\sqrt{3}]$

(C)$[-\sqrt{3},0]$ (D)$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

解析:作出 约束条件$\begin{cases} x\le 1, \\ x-y+m^2\ge 0, \\ x+y-1\ge 0 \end{cases}$所对应 的可行域(如图阴影 部分所示),



变形目标函数可得 y=2x+z,解方程组$\begin{cases} x+y-1=0, \\ x-y+m^2=0 \end{cases}$可得$\begin{cases} x=\frac{1-m^2}{2}, \\ y=\frac{1+m^2}{2}, \end{cases}$

平移直线 y=2x 可知当直线经过点 A$(\frac{1-m^2}{2},\frac{1+m^2}{2})$时,目标函数取最大值,

所以$-2\times\frac{1-m^2}{2}+\frac{1+m^2}{2}\le 4$,解得$-\sqrt{3}\le m\le\sqrt{3}$,

所以实数 m 的取值范围为$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$.

故选 D.

12.在递减等差数列$\{a_n\}$中,$a_1a_3=a_2^2-4$,若 $a_1=13$,则数列 $\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\}$的前 n 项和的最大值为(D)

(A)$\frac{24}{143}$ (B)$\frac{1}{143}$ (C)$\frac{24}{13}$ (D)$\frac{6}{13}$

解析:设公差为 d,则 $d<0$,

因为 $a_1a_3=a_2^2-4$, $a_1=13$,

所以 $13(13+2d)=(13+d)^2-4$,

解得 $d=-2$ 或 $d=2$(舍去),

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=13-2(n-1)=15-2n$,

当 $a_n=15-2n\geqslant 0$ 时,即 $n\leqslant 7.5$,

当 $a_{n+1}=13-2n\leqslant 0$ 时,即 $n\geqslant 6.5$,

所以当 $n\leqslant 7$ 时, $a_n>0$,

所以$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(15-2n)(13-2n)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-15}-\frac{1}{2n-13})$,

所以数列 $\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为$\frac{1}{2}(\frac{1}{-13}-\frac{1}{-11}+\frac{1}{-11}-\frac{1}{-9}+\cdots+\frac{1}{2n-15}-\frac{1}{2n-13})=\frac{1}{2}(-\frac{1}{13}-\frac{1}{2n-13})$,

当 $n=6$ 时,取最大值,最大值为$\frac{1}{2}(-\frac{1}{13}+1)=\frac{6}{13}$.

故选 D.

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13.已知函数 $f(x)=\frac{x^2+ax+11}{x+1}(a\in R)$,若对于任意的 $x\in N^*$, $f(x)\geqslant 3$ 恒成立,则 a 的取值范围是________.

解析:对任意 $x\in N^*$, $f(x)\geqslant 3$,

即$\frac{x^2+ax+11}{x+1}\geqslant 3$ 恒成立,

即 $a\geqslant -(x+\frac{8}{x})+3$.

设 $g(x)=x+\frac{8}{x}$, $x\in N^*$,

则 $g(x)=x+\frac{8}{x}\geqslant 4\sqrt{2}$,

当 $x=2\sqrt{2}$时等号成立,

又 $g(2)=6$, $g(3)=\frac{17}{3}$.

因为 $g(2)>g(3)$,

所以 $g(x)_{min}=\frac{17}{3}$.

所以$-(x+\frac{8}{x})+3\leqslant -\frac{8}{3}$,

所以 $a\geqslant -\frac{8}{3}$,

故 a 的取值范围是$[-\frac{8}{3},+\infty)$.

答案: $[-\frac{8}{3},+\infty)$

14. 已知一元二次不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\{x\mid x<-1$ 或 $x>\frac{1}{3}\}$,则

$f(e^x)>0$ 的解集为________.

解析:由题意 $f(x)>0$ 的解集为$[-1,\frac{1}{3}]$,不等式 $f(e^x)>0$ 可化为$-1<e^x<\frac{1}{3}$,

解得 $x<-\ln 3$,即 $f(e^x)>0$ 的解集为$(-\infty,-\ln 3)$.

答案:$(-\infty,-\ln 3)$

15. 设等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_2=-1$, $a_1-a_3=-3$,则 $a_4=$________.

解析:设等比数列$\{a_n\}$的公比为 q,则

$a_1+a_2=a_1(1+q)=-1$, $a_1-a_3=a_1(1-q^2)=-3$,

两式相除,得$\frac{1+q}{1-q^2}=\frac{1}{3}$,

解得 q=-2, $a_1=1$,

所以 $a_4=a_1q^3=-8$.

答案:-8

16.等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,数列$\{b_n\}$是等比数列,且满足

$a_1=3$, $b_1=1$, $b_2+S_2=10$, $a_5-2b_2=a_3$,数列$\{\frac{a_n}{b_n}\}$的前 n 项和为 T_n,若 $T_n<M$ 对一切

正整数 n 都成立,则 M 的最小值为______.

解析:设数列$\{a_n\}$的公差为 d,数列$\{b_n\}$的公比为 q,

由 $b_2+S_2=10$, $a_5-2b_2=a_3$,得$\begin{cases} q+6+d=10, \\ 3+4d-2q=3+2d, \end{cases}$解得$\begin{cases} d=2, \\ q=2, \end{cases}$

所以 $a_n=3+2(n-1)=2n+1$, $b_n=2^{n-1}$.

则$\frac{a_n}{b_n}=\frac{2n+1}{2^{n-1}}$,

$T_n=3+\frac{5}{2}+\frac{7}{2^2}+\cdots+\frac{2n+1}{2^{n-1}}$,

所以$\frac{1}{2}T_n=\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}+\frac{7}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^{n-1}}+\frac{2n+1}{2^n}$,

两式作差得$\frac{1}{2}T_n=3+\frac{2}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\frac{2}{2^4}+\cdots+\frac{2}{2^{n-1}}-\frac{2n+1}{2^n}$

$=3+(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-2}})-\frac{2n+1}{2^n}$

$=3+\frac{1-(\frac{1}{2})^{n-1}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2n+1}{2^n}$

$=3+2-2\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}-\frac{2n+1}{2^n}$,

即 $T_n=10-(\frac{1}{2})^{n-3}-\frac{2n+1}{2^{n-1}}<10$,

由 $T_n<M$ 对一切正整数 n 都成立,

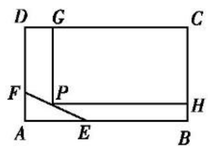
所以 $M\geqslant 10$,

故 M 的最小值为 10.

答案:10

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

17.(本小题满分 10 分) 为了保护环境,实现城市绿化,某房地产公司要在拆迁地长方形 ABCD 上规划出一块长方形地面建造公园,公园一边落在 CD 上,但不得越过文物保护区△AEF 的 EF.问如何设计才能使公园占地面积最大,并求最大面积.(其中 AB=200 m,BC=160 m,AE=60 m,AF=40 m)

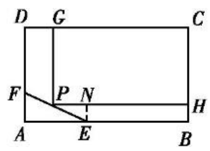


解: 设 CG=x,矩形 CGPH 的面积为 y,作 EN⊥PH 于点 N,所以△PNE∽△EAF,

则$\frac{EN}{40}=\frac{x-(200-60)}{60}$,

所以 $EN=\frac{2x-280}{3}$,

所以 $HC=160-\frac{2x-280}{3}=\frac{760-2x}{3}$,



$y=x\cdot\frac{760-2x}{3}=\frac{1}{6}\cdot 2x(760-2x)$

$\leqslant\frac{1}{6}(\frac{2x+760-2x}{2})^2=\frac{72\,200}{3}$,

当且仅当 $2x=760-2x$,即 $x=190$ 时等号成立.故当 CG=190 m 时,公园占地面积最大,且最大面积为$\frac{72\,200}{3}$ m^2.

18.(本小题满分 12 分)

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n, $a_1=1$, $a_n\neq 0$, $a_na_{n+1}=\lambda S_n-1$,其中 λ 为常数.

(1)证明:$a_{n+2}-a_n=\lambda$;

(2)是否存在 λ,使得$\{a_n\}$为等差数列?并说明理由.

(1)证明:由题设,$a_na_{n+1}=\lambda S_n-1$, $a_{n+1}a_{n+2}=\lambda S_{n+1}-1$,

两式相减得 $a_{n+1}(a_{n+2}-a_n)=\lambda a_{n+1}$.

因为 $a_{n+1}\neq 0$,所以 $a_{n+2}-a_n=\lambda$.

(2)解:由题设,$a_1=1$, $a_1a_2=\lambda S_1-1$,

可得 $a_2=\lambda-1$,

由(1)知,$a_3=\lambda+1$.

若$\{a_n\}$为等差数列,则 $2a_2=a_1+a_3$,

解得 $\lambda=4$,

故 $a_{n+2}-a_n=4$.

由此可得$\{a_{2n-1}\}$是首项为 1,公差为 4 的等差数列,

$a_{2n-1}=4n-3$;

$\{a_{2n}\}$是首项为 3,公差为 4 的等差数列,$a_{2n}=4n-1$.

所以 $a_n=2n-1$, $a_{n+1}-a_n=2$.

因此存在 λ=4, 使得数列 $\{a_n\}$ 为等差数列.

19.(本小题满分 12 分)

电视台播放甲、乙两套连续剧,每次播放连续剧时,需要播放广告.已知每次播放甲、乙两套连续剧时,连续剧播放时长、广告播放时长、收视人次如表所示:

	连续剧播放时长(分钟)	广告播放时长(分钟)	收视人次(万)
甲	70	5	60
乙	60	5	25

已知电视台每周安排的甲、乙连续剧的总播放时间不多于 600 分钟,广告的总播放时间不少于 30 分钟,且甲连续剧播放的次数不多于乙连续剧播放次数的 2 倍.分别用 x, y 表示每周计划播出的甲、乙两套连续剧的次数.

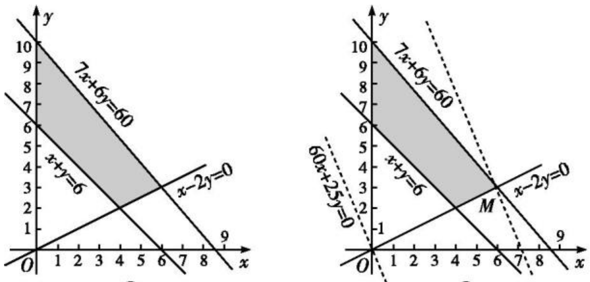
(1)用 x, y 列出满足题目条件的数学关系式,并画出相应的平面区域;

(2)问电视台每周播出甲、乙两套连续剧各多少次,才能使总收视人次最多?

解:(1)由已知, x, y 满足的数学关系式为

$$\begin{cases}70x+60y\le 600,\\ 5x+5y\ge 30,\\ x\le 2y,\\ x\ge 0,x\in\mathrm{N},\\ y\ge 0,y\in\mathrm{N},\end{cases}\text{即}\begin{cases}7x+6y\le 60,\\ x+y\ge 6,\\ x\text{-}2y\le 0,\\ x\ge 0,x\in\mathrm{N},\\ y\ge 0,y\in\mathrm{N},\end{cases}$$

该二元一次不等式组所表示的平面区域为图①中的阴影部分中的整数点.



①　　②

(2)设总收视人次为 z 万,则目标函数为 $z=60x+25y$.

考虑 $z=60x+25y$,将它变形为 $y=-\frac{12}{5}x+\frac{z}{25}$,这是斜率为$-\frac{12}{5}$,随 z 变化的一族平行直线.$\frac{z}{25}$为直线在 y 轴上的截距,当$\frac{z}{25}$取得最大值时,z 的值最大.

又因为 x,y 满足约束条件,所以由图②可知,当直线 $z=60x+25y$ 经过可行域上的点 M 时,截距$\frac{z}{25}$最大,即 z 最大.

解方程组$\begin{cases}7x+6y=60,\\ x-2y=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=6,\\ y=3,\end{cases}$则点 M 的坐标为(6,3).

所以,电视台每周播出甲连续剧 6 次、乙连续剧 3 次时,才能使总收视人次最多.

20.(本小题满分 12 分)

已知等差数列$\{a_n\}$的前 3 项和为 6,前 8 项和为-4.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设 $b_n=(4-a_n)q^{n-1}(q\neq0,n\in N_+)$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

解:(1)设$\{a_n\}$的公差为 d,由已知得

$$\begin{cases}3a_1+3d=6,\\ 8a_1+28d=-4,\end{cases}$$

解得 $a_1=3,d=-1$,

故 $a_n=3+(n-1)\times(-1)=4-n$.

(2)由(1)得 $b_n=[4-(4-n)]q^{n-1}=n\cdot q^{n-1}$,

于是 $S_n=1\cdot q^0+2\cdot q^1+\cdots+(n-1)\cdot q^{n-2}+n\cdot q^{n-1}$. ①

当 $q\neq1$ 时,将上式两边同乘 q,得

$qS_n=1\cdot q^1+2\cdot q^2+\cdots+(n-1)\cdot q^{n-1}+n\cdot q^n$. ②

①-②得 $(1-q)S_n=1\cdot q^0+q^1+q^2+\cdots+q^{n-1}-n\cdot q^n=\frac{1-q^n}{1-q}-nq^n$,

于是 $S_n=\frac{1-q^n}{(1-q)^2}-\frac{nq^n}{1-q}=\frac{nq^{n+1}-(n+1)q^n+1}{(1-q)^2}$,

当 q=1 时,$S_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

故 $S_n=\begin{cases}\frac{nq^{n+1}-(n+1)q^n+1}{(1-q)^2},q\neq1,\\ \frac{n(n+1)}{2},q=1.\end{cases}$

21.(本小题满分 12 分)

已知非负实数 x,y 满足 $2x^2+4xy+2y^2+x^2y^2=9$,求 $2\sqrt{2}(x+y)+xy$ 的最大值.

解:由题意,得 $2(x+y)^2+(xy)^2=9$,

记 $x+y=m,xy=n,mn\geqslant0$,则 $2m^2+n^2=9$,

令$\begin{cases}\sqrt{2}m=3\sin\theta,\\ n=3\cos\theta,\end{cases}$

因为$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy\geqslant4xy$,

所以 $m^2\geqslant4n$,即$(\frac{3}{\sqrt{2}}\sin\theta)^2\geqslant12\cos\theta$,

所以 $\sin^2\theta\geqslant\frac{8}{3}\cos\theta$,

所以 $1-\cos^2\theta\geqslant\frac{8}{3}\cos\theta$，综上解得 $0\leqslant\cos\theta\leqslant\frac{1}{3}$,

所以 $\frac{2\sqrt{2}}{3}\leqslant\sin\theta\leqslant1$.

故 $2\sqrt{2}(x+y)+xy=2\sqrt{2}m+n=6\sin\theta+3\cos\theta=3\sqrt{5}\sin(\theta+\varphi)$（其中 $\tan\varphi=\frac{1}{2}$），

当 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos\theta=\frac{1}{3}$ 时, $2\sqrt{2}(x+y)+xy$ 取得最大值, 最大值为 $4\sqrt{2}+1$.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-2ax-1+a$, $a\in R$.

(1) 若 $a=2$, 试求函数 $y=\frac{f(x)}{x}(x>0)$ 的最小值;

(2) 对于任意的 $x\in[0,2]$, 不等式 $f(x)\leqslant a$ 成立, 试求 a 的取值范围.

解:(1) 依题意得 $y=\frac{f(x)}{x}=\frac{x^2-4x+1}{x}=x+\frac{1}{x}-4$.

因为 $x>0$, 所以 $x+\frac{1}{x}\geqslant2$.

当且仅当 $x=\frac{1}{x}$ 时, 即 $x=1$ 时, 等号成立.

所以 $y\geqslant-2$.

所以当 $x=1$ 时, $y=\frac{f(x)}{x}$ 的最小值为 -2.

(2) 因为 $f(x)-a=x^2-2ax-1$,

所以要使得“$\forall x\in[0,2]$, 不等式 $f(x)\leqslant a$ 成立”,

只要“$x^2-2ax-1\leqslant0$ 在 $[0,2]$ 恒成立”.

不妨设 $g(x)=x^2-2ax-1$,

则只要 $g(x)\leqslant 0$ 在$[0,2]$上恒成立即可.

所以$\begin{cases} g(0)\leq 0, \\ g(2)\leq 0, \end{cases}$即$\begin{cases} 0-0-1\leq 0, \\ 4-4a-1\leq 0, \end{cases}$

解得 $a\geqslant\frac{3}{4}$.

则 a 的取值范围为$[\frac{3}{4},+\infty)$.