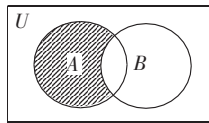


全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(一)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|-2\leq x\leq 4, x\in\mathbf{Z}\}$ 与 $B=\{x|x=2^k, k\in\mathbf{Z}\}$ 的关系如图所示, 则阴影部分所表示的集合的元素共有



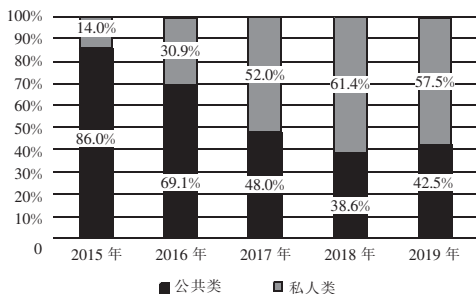
- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个
2. 设复数 $z=\frac{2+ai}{1-i}$, 若 $z=\bar{z}$, 则实数 $a=$
- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

3. 若 $1, a, 4, b, c$ 成等比数列, 则 $ac=$

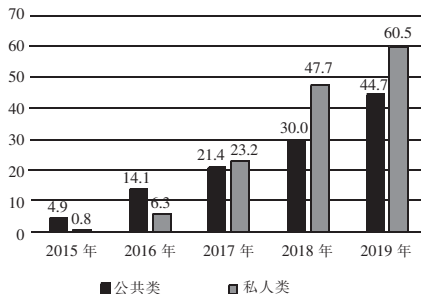
- A. 32 B. 64 C. ± 32 D. ± 16

4. 下图统计了截止到 2019 年年底中国电动汽车充电桩细分产品占比及保有量情况, 关于这 5 次统计, 下列说法正确的是

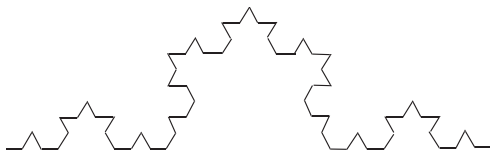
中国电动汽车充电桩细分产品占比情况



中国电动汽车充电桩细分产品保有量情况 (单位: 万台)



- A. 私人类电动汽车充电桩保有量增长率最高的年份是 2018 年
- B. 公共类电动汽车充电桩保有量的中位数是 25.7 万台
- C. 公共类电动汽车充电桩保有量的平均数为 23.12 万台
- D. 从 2017 年开始, 我国私人类电动汽车充电桩占比均超过 50%
5. 科赫曲线是一种外形像雪花的几何曲线, 一段科赫曲线可以通过下列操作步骤构造得到: 任画一条线段, 然后把它分成三等分, 以中间一段为边向外作正三角形, 并把中间一段去掉, 这样, 原来的一条线段就变成了由 4 条小线段构成的折线, 称为“一次构造”; 用同样的方法把每一条小线段重复上述步骤, 得到由 16 条更小的线段构成的折线, 称为“二次构造”; $\dots$; 如此进行“ n 次构造”, 就可以得到一条科赫曲线. 若要在构造过程中使得到的折线的长度达到初始线段的 1000 倍, 则至少需要通过构造的次数是 (取 $\lg 3 \approx 0.4771, \lg 2 \approx 0.3010$)



- A. 16 B. 17 C. 24 D. 25

6. 执行如图所示的程序框图, 若输入的 a 的值为 4, 则输出的 a 的值为

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

7. 若 $(2x+1)^{10} = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{10}(x-1)^{10}, x \in \mathbf{R}$, 则 $a_0 -$

$$\frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} - \frac{a_3}{3^3} + \cdots + \frac{a_{10}}{3^{10}} =$$

- A. 7^{10} B. $(\frac{5}{3})^{10}$ C. $(\frac{7}{3})^{10}$ D. 1

8. 关于函数 $f(x) = x \sin x, x \in [-\pi, \pi]$, 有下列三个结论:

① $f(x)$ 为偶函数; ② $f(x)$ 有 3 个零点; ③ $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增. 其中所有正确结论的编号是

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

9. 已知圆锥 SC 的高是底面半径的 3 倍, 且圆锥 SC 的底面直径、体积分别与圆柱 OM 的底面半径、体积相等, 则圆锥 SC 与圆柱 OM 的侧面积之比为

- A. $\sqrt{10} : 1$ B. $3 : 1$ C. $2 : 1$ D. $\sqrt{10} : 2$

10. 已知集合 $\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$, 定义 $\Omega = \frac{\cos^2(x_1 - x_0) + \cos^2(x_2 - x_0) + \cdots + \cos^2(x_n - x_0)}{n}$ 为集

合 $\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 相对于 x_0 的“余弦方差”, 则集合 $\{-\frac{\pi}{10}, -\frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}, \frac{2\pi}{5}\}$ 相对于 x_0 的“余弦方差”为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

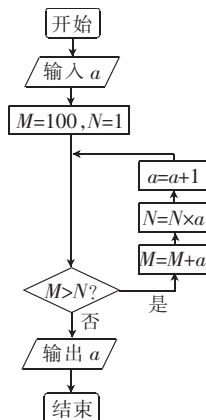
11. 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{8}x^2$ 的焦点为 F , C 的准线与对称轴交于点 H , 直线 $y = kx - 2$ 与 C 交于 A, B 两点, 若 FA 为 $\angle HFB$ 的角平分线, 且 $|AB| = 2|AH|$, 则 $|AF| =$

- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. 3 D. 4

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x + \frac{1 + \ln x}{x} - 1, & x > 0 \\ 2^x - \frac{1}{2}, & x \leq 0 \end{cases}$, 则满足方程 $2f(f(m)) + 1 = 2^{f(m)+1}$ 的实数 m 的取值范

围是

- A. $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$ B. $(-\infty, 1]$
C. $(-\infty, -\frac{1}{e}]$ D. $(-\infty, -1] \cup [\frac{1}{e}, 1]$



题序

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

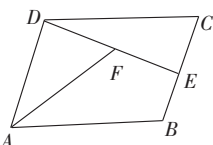
答案



二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 曲线 $f(x) = 2^x + \frac{1}{x}$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为_____.

14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 的中点, F 为 DE 的中点, 若 $\overrightarrow{AF} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD}$, 则 $\frac{m}{n} =$ _____.



15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_2 = 3$, $a_5 = 9$, 若 $S_n + 4 \leq \lambda \cdot 2^n$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立, 则实数 λ 的取值范围为_____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 点 P 在双曲线 C 上, 若 $\angle PBA = \angle PAB + \frac{\pi}{2}$, 则双曲线 C 的焦距为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3} \sin A \sin(\frac{\pi}{2} - A) = \cos^2 A + \frac{1}{2}$.

(1) 求角 A 的大小;

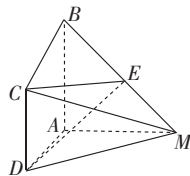
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a$, 求 bc 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $M-ABCD$ 中, $AB \perp AD$, $AB=AM=AD=2$, $MB=MD=2\sqrt{2}$.

(1) 证明: $AM \perp$ 平面 $ABCD$.

(2) 若 E 是 BM 的中点, $CD \parallel AB$, $2CD=AB$, 求二面角 $E-CD-M$ 的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

已知直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于不同的两点 A, B .

(1) 若线段 AB 的中点为 $(1, \frac{1}{2})$, 求直线 l 的方程;

(2) 若 l 的斜率为 k , 且 l 过椭圆 C 的左焦点 F , AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 N , 求证:

$$\frac{|FN|}{|AB|} \text{ 为定值.}$$

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - \frac{2a}{x} - 2a \ln x$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 只有一个零点, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

小芳、小明两人各拿两颗质地均匀的骰子做游戏, 规则如下: 若掷出的点数之和为 4 的倍数, 则由原投掷人继续投掷; 若掷出的点数之和不是 4 的倍数, 则由对方接着投掷.

(1) 规定第 1 次从小明开始.

(i) 求前 4 次投掷中小明恰好投掷 2 次的概率;

(ii) 设游戏的前 4 次中, 小芳投掷的次数为 X , 求随机变量 X 的分布列与期望.

(2) 若第 1 次从小芳开始, 求第 n 次由小芳投掷的概率 P_n .

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta} (\theta \text{ 为参数}) \\ y = 2 \tan \theta \end{cases}$,以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3} = 0$.

(1)求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2)射线 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 与曲线 C 交于点 A (异于原点),与直线 l 交于点 B ,求 $|AB|$ 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |x + \frac{a^2 + 4}{a}| + |x + 2|$ ($a < 0$), $g(x) = 8 - |x + 3|$.

(1)当 $a = -1$ 时,求不等式 $f(x) \leq 11$ 的解集;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集包含 $[-2, -1]$,求 a 的取值集合.

全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(二)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A = \{x | \frac{x-2}{x+2} \leq 0\}$, $B = \{x | -1 < x < 3\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $[-2, 3)$ B. $(-1, 2]$ C. $(-2, 2]$ D. $(-2, 3)$

2. i 是虚数单位, $z = (1+2i)(2-i)$, 则 $|z| =$

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

3. 第 18 届国际篮联篮球世界杯(世界男子篮球锦标赛更名为篮球世界杯后的第二届世界杯)于 2019 年 8 月 31 日至 9 月 15 日在中国的北京、广州、南京、上海、武汉、深圳、佛山、东莞八座城市举行. 中国队 12 名球员在第一场和 second 场得分的茎叶图如图所示, 则下列说法错误的是

第一场		第二场
2 7 3 0 0 0 0 0	0	0 0 0 0 3 9 6 7 7
7 9 2 0	1	0 0
	2	4

- A. 第一场得分的中位数为 $\frac{5}{2}$
 B. 第二场得分的平均数为 $\frac{19}{3}$
 C. 第一场得分的方差小于第二场得分的方差
 D. 第一场与第二场得分的众数相等

4. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{5}{3}$, 点 $P(b, 0)$, 则

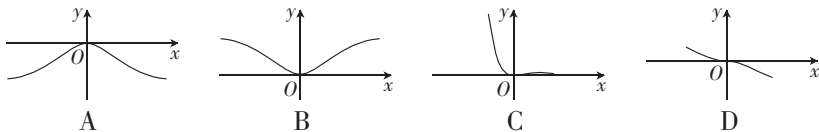
$$\frac{|PF_1|}{|PF_2|} =$$

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

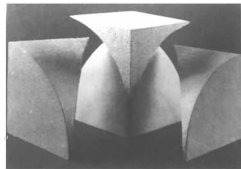
5. 已知数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 若 $S_{11} = 66$, $a_3 a_6 + a_9 = 27$, 则 $S_{12} =$

- A. 78 B. 80 C. 84 D. 86

6. 函数 $f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x} \ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 的图象大致为



7. 图为祖冲之之子祖暅“开立圆术”中设计的立体模型. 祖暅提出“祖氏原理”, 他将牟合方盖的体积化成立方体与一个相当于四棱锥的体积之差, 从而求出牟合方盖的体积等于 $\frac{2}{3}d^3$ (d 为球的直径), 并得到球的体积为



$V = \frac{1}{6}\pi d^3$, 这种算法比外国人早了一千多年. 人们还用过一些类似的近似公式, 根据 $\pi =$

3.1415926..., 判断下列公式中最精确的一个是

A. $d \approx \sqrt[3]{\frac{16}{9}}V$

B. $d \approx \sqrt[3]{2V}$

C. $d \approx \sqrt[3]{\frac{300}{157}}V$

D. $d \approx \sqrt[3]{\frac{15}{8}}V$

8. $(x^2+x+1)(\frac{1}{x}-1)^5$ 展开式中的常数项是

A. -9

B. -5

C. -11

D. -6

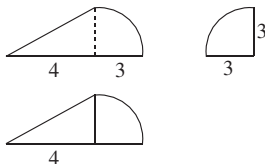
9. 某几何体的三视图如图所示, 三个视图中的曲线都是圆弧, 则该几何体的表面积为

A. $12 + \frac{51\pi}{4}$

B. $12 + \frac{69\pi}{4}$

C. $6 + \frac{51\pi}{4}$

D. $6 + \frac{69\pi}{4}$



10. 若存在 m , 使得 $f(x) \geq m$ 对任意 $x \in D$ 恒成立, 则函数 $f(x)$ 在 D 上有下界, 其中 m 为函数 $f(x)$ 的一个下界; 若存在 M , 使得 $f(x) \leq M$ 对任意 $x \in D$ 恒成立, 则函数 $f(x)$ 在 D 上有上界, 其中 M 为函数 $f(x)$ 的一个上界. 如果一个函数既有上界又有下界, 那么称该函数有界.

下述四个结论: ① 1 不是函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} (x > 0)$ 的一个下界; ② 函数 $f(x) = x \ln x$ 有下

界, 无上界; ③ 函数 $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$ 有上界, 无下界; ④ 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x^2+1}$ 有界.

其中所有正确结论的编号是

A. ①②

B. ②④

C. ③④

D. ②

11. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ 的左、右焦点, M 是椭圆上的一点, 过点 F_2 作 $\angle F_1MF_2$ 的角平分线的垂线, 垂足为 N , 若 $|ON| = 2$ (O 为坐标原点), 则 $|OM|$ 等于

A. $2\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足条件 $a_1 = 0, |a_{n+1}| = |a_n + 1|, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $|a_1 + a_2 + \dots + a_{11}|$ 的最小值为

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2), \mathbf{b} = (1, -1)$, 若 $(\mathbf{a} - \lambda \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 则实数 λ 等于_____.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = -2x + y$ 的最大值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$, 点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$ 和 $(\frac{7\pi}{6}, 0)$ 是函数 $f(x)$ 图象上相邻的两个对称中心, 则 $\varphi =$ _____.

16. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=2\sqrt{3}$, $AA_1=2$, E, F 分别为 AB_1, A_1C_1 的中点, 平面 α 过点 C_1 , 且平面 $\alpha \parallel$ 平面 A_1B_1C , 平面 $\alpha \cap$ 平面 $A_1B_1C_1 = l$, 则异面直线 EF 与 l 所成角的余弦值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且 $(a \cos C + c \cos A) \tan A = \sqrt{3}b$.

(1) 求角 A 的大小;

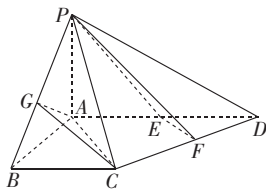
(2) 若 $a = \sqrt{3}$, O 为 $\triangle ABC$ 的内心, 求 $OB + OC$ 的最大值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \perp AD$, $BC \parallel AD$, $AD = 2BC = 2PA = 2$, $AB = 1$, E, F, G 分别为线段 AD, DC, PB 的中点.

(1) 证明: 平面 $PEF \parallel$ 平面 GAC .

(2) 求直线 GC 与平面 PCD 所成角的正弦值.



19. (本小题满分 12 分)

已知点 $P(8, t)$ ($t < 0$) 是抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上一点, 点 F 为抛物线 C 的焦点, $|PF| = 10$.

(1) 求直线 PF 的方程;

(2) 若直线 PF 与抛物线 C 的另一个交点为 Q , 曲线 C 在点 P 与点 Q 处的切线分别为 m, n , 直线 m, n 相交于点 G , 求 $\triangle PQG$ 的面积.

20. (本小题满分 12 分)

垃圾分类, 是指按一定规定或标准将垃圾分类储存、分类投放和分类搬运, 从而转变成公共资源的一系列活动的总称. 分类的目的是提高垃圾的资源价值和经济价值, 力争物尽其用. 2019 年 6 月 25 日, 生活垃圾分类制度入法. 到 2020 年底, 先行先试的 46 个重点城市, 要基本建成垃圾分类处理系统; 其他地级城市实现公共机构生活垃圾分类全覆盖. 某机构欲组建一个有关“垃圾分类”相关事宜的项目组, 对各个地区垃圾分类的处理模式进行相关报道. 该机构从 600 名员工中进行筛选, 筛选方法: 每位员工测试 A, B, C 3 项工作, 3 项测试中至少 2 项测试“不合格”的员工, 将被认定为“暂定”, 有且只有 1 项测试“不合格”的员工, 将再测试 A, B 2 项, 如果这 2 项中有 1 项以上(含 1 项)测试“不合格”, 将也被认定为“暂定”. 每位员工测试 A, B, C 3 项工作相互独立, 每 1 项测试“不合格”的概率均为 p ($0 < p < 1$).

(1) 记某位员工被认定为“暂定”的概率为 $f(p)$, 求 $f(p)$;

(2) 每位员工不需要重新测试的费用为 90 元, 需要重新测试的总费用为 150 元, 除测试费用外, 其他费用总计为 1 万元, 若该机构的预算为 8 万元, 且该 600 名员工全部参与测试, 问上述方案是否会超过预算? 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax + b, a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x) \leq 0$ 恒成立, $a \neq 0$, 求 $\frac{b}{a}$ 的最大值;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - e^x$ 有且只有一个零点, 且满足条件的 a, b , 使不等式 $m(a + e - 1) \geq b - 1$ 恒成立, 求实数 m 的值.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos \alpha \\ y=2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数),在以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴的极坐标系中,直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = m$.

(1)若直线 l 与曲线 C 至多只有一个公共点,求实数 m 的取值范围;

(2)若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点,且 A, B 的中点为 P ,求点 P 的轨迹方程.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知 a, b 为正实数, $a^2 + b^2 = 2$.

(1)证明: $a + b \geq 2ab$.

(2)证明: $a^4 + b^4 \geq 2$.

全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(三)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设复数 z 满足 $z - iz = 2 + i$ (i 为虚数单位),则 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | y = \lg(1-x)\}$, $B = \{x | y = \frac{1}{\sqrt{x}}\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$

- A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

3. 已知 $\sin 2\theta = -\frac{3}{4}$, 则 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} =$

- A. $-\frac{8}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

4. 中国古典乐器一般按“八音”分类. 这是我国最早按乐器的制造材料来对乐器进行分类的方法,最先见于《周礼·春官·大师》,分为“金、石、土、革、丝、木、匏(páo)、竹”八音,其中“金、石、木、革”为打击乐器,“土、匏、竹”为吹奏乐器,“丝”为弹拨乐器. 现从“八音”中任取不同的“两音”,则含有打击乐器的概率为

- A. $\frac{3}{14}$ B. $\frac{11}{14}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{2}{7}$

5. 已知不同直线 l, m 与不同平面 α, β , 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 则下列说法中正确的是

- A. 若 $\alpha // \beta$, 则 $l // m$ B. 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp m$
C. 若 $l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$ D. 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \alpha$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a \cos B - b \cos A = \frac{c}{4}$, 则 $\frac{a^2 - b^2}{2c^2} =$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

7. 已知 $a = \log_2 3, b = 2^{-4.1}, c = (\frac{8}{27})^{-\frac{1}{3}}$, 则

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
C. $b < c < a$ D. $a < c < b$

8. 已知边长为 4 的菱形 $ABCD$, $\angle DAB = 60^\circ$, M 为 CD 的中点, N 为平面 $ABCD$ 内一点, 若 $AN = NM$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} =$

- A. 16 B. 14 C. 12 D. 8

9. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x + \frac{2}{x} - 3$. 若 $x \leq 0$, 则 $f(x) \leq 0$ 的解集是

- A. $[-2, -1]$ B. $(-\infty, -2] \cup [-1, 0]$
C. $(-\infty, -2] \cup (-1, 0)$ D. $(-\infty, -2) \cup (-1, 0]$

10. 将函数 $f(x) = \cos x$ 的图象先向右平移 $\frac{5}{6}\pi$ 个单位长度, 再把所得函数图象的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 0$) 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图象. 若函数 $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上没有零点, 则 ω 的取值范围是

- A. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{8}{9}]$ B. $(0, \frac{2}{9}]$
C. $(0, 1]$ D. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BP$, $AC \perp PC$, $AB \perp AC$, $PB = PC = 2\sqrt{2}$, 点 P 到底面 ABC 的距离为 2, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为

- A. 3π B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ C. 12π D. 24π

12. 已知抛物线 $C: y^2 = 4px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过焦点的直线与抛物线分别交于 A, B 两点, 与 y 轴的正半轴交于点 S , 与准线 l 交于点 T , 且 $|FA| = 2|AS|$, 则 $\frac{|FB|}{|TS|} =$

- A. $\frac{2}{5}$ B. 2 C. $\frac{7}{2}$ D. 3

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 3x + y \leq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____.

14. 甲、乙两人同时参加公务员考试. 甲笔试、面试通过的概率分别为 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{3}{4}$; 乙笔试、面试通过的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$. 若笔试、面试都通过才被录取, 且甲、乙录取与否相互独立, 则该次考试只有一人被录取的概率是_____.

15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点为 $F(-\sqrt{3}, 0)$, A, B 为双曲线上关于原点对称的两点, AF 的中点为 H , BF 的中点为 K , HK 的中点为 G , 若 $|HK| = 2|OG|$, 且直线 AB 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 $|AB| =$ _____, 双曲线的离心率为_____. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

16. 已知函数 $f(x) = \frac{(e^x - ax)(e^x - \ln x)}{\ln x - ax}$, 若在定义域内恒有 $f(x) < 0$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d=2$, 且 a_1, a_2, a_4 成等比数列.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

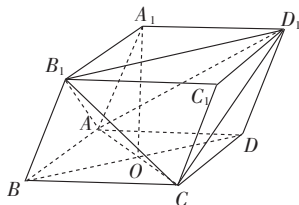
(2)设 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$, 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分)

在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $AC \cap BD = O$, $A_1O \perp$ 平面 $ABCD$.

(1)证明: $A_1O \parallel$ 平面 B_1CD_1 .

(2)若 $AB = AA_1$, 求二面角 $D_1-AB_1-A_1$ 的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

金秋九月,丹桂飘香,某高校迎来了一大批优秀的学生.新生接待其实也是和社会沟通的一个平台.校团委、学生会从在校学生中随机抽取了 160 名学生,对是否愿意投入到新生接待工作进行了问卷调查,统计数据如下:

	愿意	不愿意
男生	60	20
女生	40	40

- (1)根据上表说明,能否有 99% 的把握认为愿意参加新生接待工作与性别有关.
- (2)现从参与问卷调查且愿意参加新生接待工作的学生中,采用按性别分层抽样的方法,选取 10 人.若从这 10 人中随机选取 3 人到火车站迎接新生,设选取的 3 人中女生人数为 X ,写出 X 的分布列,并求 $E(X)$.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.01	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a(x - \ln x) + x^2 - 2x$.

(1) 当 $a = -2e$ (e 为自然对数的底数) 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) $f'(x)$ 为 $y = f(x)$ 的导函数, 当 $a > 0, x_1 > x_2 > 0$ 时, 求证: $f(x_1) - f'(\frac{x_1 + x_2}{2})x_1 <$

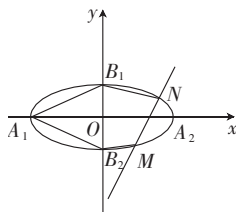
$$f(x_2) - f'(\frac{x_1 + x_2}{2})x_2.$$

21. (本小题满分 12 分)

如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 上、下顶点分别为 B_1, B_2 , 且 $B_1(0, 1)$, $\triangle A_1 B_1 B_2$ 为等边三角形, 过点 $(1, 0)$ 的直线与椭圆 C 在 y 轴右侧的部分交于 M, N 两点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 求四边形 $B_2 M N B_1$ 面积的取值范围.



(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中,以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\theta, \\ y=2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),直线 l 经过点 $M(-1, -3\sqrt{3})$ 且倾斜角为 α .

(1)求曲线 C 的极坐标方程和直线 l 的参数方程;

(2)已知直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,满足 A 为 MB 的中点,求 $\tan\alpha$.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

设函数 $f(x) = |x+1| + |x-2a| + 1$.

(1)当 $a=1$ 时,解不等式 $f(x) \leq 6$;

(2)设 $a < -\frac{1}{2}$, 且当 $2a \leq x < -1$ 时,不等式 $f(x) \leq 2x+6$ 有解,求实数 a 的取值范围.