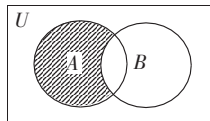


全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(一)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|-2\leq x\leq 4, x\in\mathbf{Z}\}$ 与 $B=\{x|x=2k, k\in\mathbf{Z}\}$ 的关系的韦恩图如图所示, 则阴影部分所表示的集合的元素共有



- A. 2 个
B. 3 个
C. 4 个
D. 5 个

2. 若复数 $z=\frac{2+ai}{1-i}\in\mathbf{R}$, 则实数 $a=$

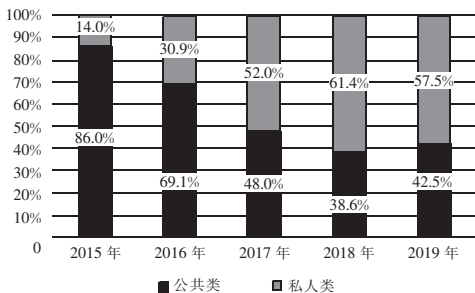
- A. -2
B. 2
C. -1
D. 1

3. 下列是函数 $f(x)=\tan(2x-\frac{\pi}{4})$ 的对称中心的是

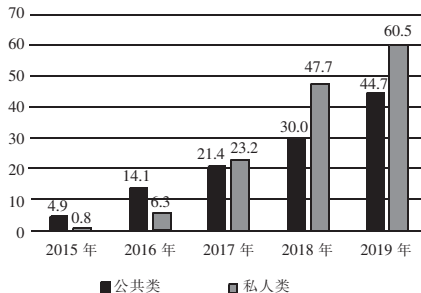
- A. $(-\frac{\pi}{4}, 0)$
B. $(\frac{\pi}{4}, 0)$
C. $(0, 0)$
D. $(\frac{3\pi}{8}, 0)$

4. 下图统计了截止到 2019 年年底中国电动汽车充电桩细分产品占比及保有量情况, 关于这 5 次统计, 下列说法正确的是

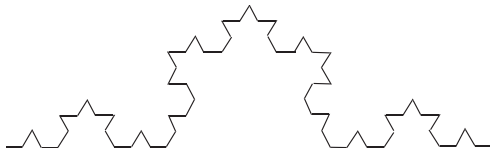
中国电动汽车充电桩细分产品占比情况



中国电动汽车充电桩细分产品保有量情况(单位:万台)



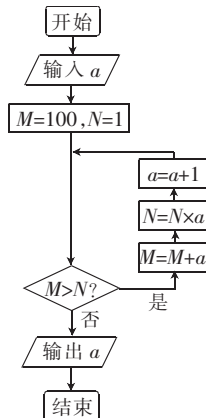
- A. 私人类电动汽车充电桩保有量增长率最高的年份是 2018 年
B. 公共类电动汽车充电桩保有量的中位数是 25.7 万台
C. 公共类电动汽车充电桩保有量的平均数为 23.12 万台
D. 从 2017 年开始, 我国私人类电动汽车充电桩占比均超过 50%
5. 科赫曲线是一种外形像雪花的几何曲线, 一段科赫曲线可以通过下列操作步骤构造得到, 任画一条线段, 然后把它均分成三等分, 以中间一段为边向外作正三角形, 并把中间一段去掉, 这样, 原来的一条线段就变成了 4 条小线段构成的折线, 称为“一次构造”; 用同样的方法把每一条小线段重复上述步骤, 得到 16 条更小的线段构成的折线, 称为“二次构造”, ..., 如此进行“ n 次构造”, 就可以得到一条科赫曲线. 若要在构造过程中使得到的折线的长度达到初始线段的 1000 倍, 则至少需要通过构造的次数是(取 $\lg 3\approx 0.4771, \lg 2\approx 0.3010$)



- A. 16
B. 17
C. 24
D. 25

6. 执行如图所示的程序框图, 若输入的 a 的值为 4, 则输出的 a 的值为

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9



7. 已知直线 $ax+y-1=0$ 将圆 $C:(x-1)^2+(y+2)^2=4$ 平分, 则圆 C 中以点

$(\frac{a}{3}, -\frac{a}{3})$ 为中点的弦的弦长为

- A. 2
B. $2\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{3}$
D. 4

8. 关于函数 $f(x)=x\sin x, x\in[-\pi, \pi]$, 有下列三个结论:

① $f(x)$ 为偶函数; ② $f(x)$ 有 3 个零点; ③ $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增. 其中所有正确结论的编号是

- A. ①②
B. ①③
C. ②③
D. ①②③

9. 已知圆锥 SC 的高是底面半径的 3 倍, 且圆锥 SC 的底面直径、体积分别与圆柱 OM 的底面半径、体积相等, 则圆锥 SC 与圆柱 OM 的侧面积之比为

- A. $\sqrt{10}:1$
B. $3:1$
C. $2:1$
D. $\sqrt{10}:2$

10. 对于集合 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 定义: $\Omega = \frac{\cos^2(x_1-x_0) + \cos^2(x_2-x_0) + \dots + \cos^2(x_n-x_0)}{n}$ 为集

合 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 相对于 x_0 的“余弦方差”, 则集合 $\{-\frac{\pi}{10}, -\frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}, \frac{2\pi}{5}\}$ 相对于 x_0 的“余弦方差”为

- A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} \ln x - 2, & x > 0 \\ 2^x - \frac{1}{2}, & x \leq 0 \end{cases}$, 则满足 $2f(f(m)) + 1 = 2^{f(m)+1}$ 的实数 m 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1]$
B. $(-\infty, -1] \cup (0, e^2]$
C. $(-\infty, 1]$
D. $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$

12. 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, $AA_1=5$, 垂直于棱 AA_1 的截面分别与面对角线 D_1A, B_1A, B_1C, D_1C 相交于四个不同的点 E, F, G, H , 则四棱锥 A_1-EFGH 体积的最大值为

- A. $\frac{8}{3}$
B. $\frac{125}{8}$
C. $\frac{128}{25}$
D. $\frac{640}{81}$

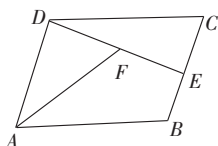
题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 曲线 $f(x)=2^x+\frac{1}{x}$ 在 $x=1$ 处的切线斜率为_____.



14. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 的中点, F 为 DE 的中点,若 $\overrightarrow{AF} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD}$,则 $\frac{m}{n} =$ _____.



15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 点 P 在双曲线 C 上, 且直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为 1, 则双曲线 C 的焦距为 _____.

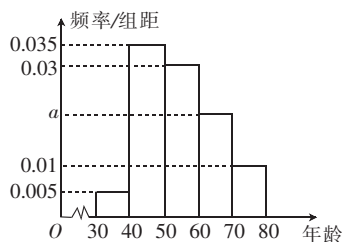
16. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $B = \frac{2\pi}{3}$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D , 若 $BD = 2$, $2AD = 3CD$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

2019 年 10 月 1 日, 庆祝中华人民共和国成立 70 周年大会、阅兵式、群众游行在北京隆重举行, 这次阅兵编 59 个方(梯)队和联合军乐团, 总规模约 1.5 万人, 各型飞机 160 余架、装备 580 余套, 是近几次阅兵中规模最大的一次. 某机构统计了观看此次阅兵的年龄在 30 岁至 80 岁之间的 100 个观众, 按年龄分组: 第 1 组 $[30, 40)$, 第 2 组 $[40, 50)$, 第 3 组 $[50, 60)$, 第 4 组 $[60, 70)$, 第 5 组 $[70, 80]$, 得到的频率分布直方图如图所示.



- (1) 求 a 的值及这 100 个人的平均年龄(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);
 (2) 用分层抽样的方法在年龄为 $[50, 60)$ 、 $[60, 70)$ 的人中抽取 5 人, 再从抽取的 5 人中随机抽取 2 人接受采访, 求接受采访的 2 人中年龄在 $[50, 60)$ 的恰有 1 人的概率.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1, 2S_n-a_{n+1}=n-1$.

(1) 求证: $\{a_n - \frac{1}{2}\}$ 是等比数列.

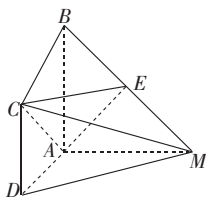
(2) 若 $b_n=4^n$, 求数列 $\{4a_nb_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

在四棱锥 $M-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AD \perp$ 平面 ABM , $\frac{\sqrt{2}}{2}BM=AB=AM=AD=4$.

(1) 证明: $AM \perp$ 平面 $ABCD$.

(2) 若 E 是 BM 的中点, $CD=3$, 求 E 到平面 ACM 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

已知直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于不同的两点 A, B .

(1) 若线段 AB 的中点为 $(1, \frac{1}{2})$, 求直线 l 的方程;

(2) 若 l 的斜率为 k , 且 l 过椭圆 C 的左焦点 F , AB 的垂直平分线与 x 轴交于点 N , 求证:

$\frac{|FN|}{|AB|}$ 为定值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - x$, 其中 a 为常数.

(1) 讨论函数 $y = f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = e$ (e 为自然对数的底数), $x \in [1, +\infty)$ 时, 若方程 $f(x) = \frac{(b-1)x}{x+1}$ 有两个不等实数根, 求实数 b 的取值范围.



(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta} (\theta \text{ 为参数}) \\ y = 2 \tan \theta \end{cases}$,以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3} = 0$.

(1)求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2)射线 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 与曲线 C 交于点 A (异于原点)、与直线 l 交于点 B ,求 $|AB|$ 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |x + \frac{a^2 + 4}{a}| + |x + 2|$ ($a < 0$), $g(x) = 8 - |x + 3|$.

(1)当 $a = -1$ 时,求不等式 $f(x) \leq 11$ 的解集;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集包含 $[-2, -1]$,求 a 的取值集合.

全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(二)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cup B =$

A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

B. $\{0, 1, 4, 5\}$

C. $\{2, 3\}$

D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

2. i 是虚数单位, $z = (1 + 2i)(2 - i)$, 则 $|z| =$

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

3. 已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (1, -1)$, 若 $(a - \lambda b) \perp a$, 则实数 λ 等于

A. -4

B. 4

C. -5

D. 5

4. “ $\frac{x-2}{x+2} \leq 0$ ”是“ $-2 \leq x \leq 2$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 第 18 届国际篮联篮球世界杯(世界男子篮球锦标赛更名为篮球世界杯后的第二届世界杯)于 2019 年 8 月 31 日至 9 月 15 日在中国的北京、广州、南京、上海、武汉、深圳、佛山、东莞八座城市举行. 中国队 12 名球员在第一场和 second 场得分的茎叶图如图所示, 则下列说法错误的是

第一场		第二场
2 7 3 0 0 0 0 0	0	0 0 0 0 3 9 6 7 7
7 9 2 0	1	0 0
	2	4

A. 第一场得分的中位数为 $\frac{5}{2}$

B. 第二场得分的平均数为 $\frac{19}{3}$

C. 第一场得分的方差小于第二场得分的方差

D. 第一场与第二场得分的众数相等

6. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{5}{3}$, 点 $P(b, 0)$, 则

$$\frac{|PF_1|}{|PF_2|} =$$

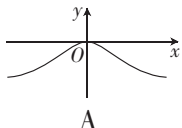
A. 6

B. 8

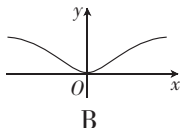
C. 9

D. 10

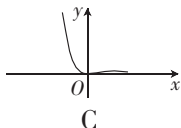
7. 函数 $f(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x} \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ 的图象大致为



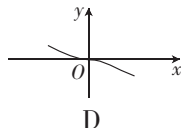
A



B

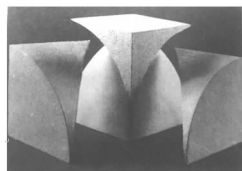


C



D

8. 图为祖冲之之子祖暅“开立圆术”中设计的立体模型. 祖暅提出“祖氏原理”, 他将牟合方盖的体积化成立方体与一个相当于四棱锥的体积之差, 从而求出牟合方盖的体积等于 $\frac{2}{3}d^3$ (d 为球的直径), 并得到球的体积为



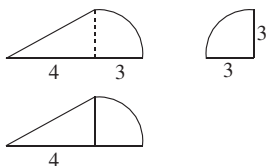
$V = \frac{1}{6}\pi d^3$, 这种算法比外国人早了一千多年. 人们还用过一些类似的近似公式, 根据 $\pi = 3.1415926\cdots$, 判断下列公式中最精确的一个是

A. $d \approx \sqrt[3]{\frac{16}{9}V}$ B. $d \approx \sqrt[3]{2V}$ C. $d \approx \sqrt[3]{\frac{300}{157}V}$ D. $d \approx \sqrt[3]{\frac{15}{8}V}$

9. 已知 $2\cos \alpha - \cos \beta = \frac{3}{2}$, $2\sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\cos(\alpha + \beta)$ 等于

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

10. 某几何体的三视图如图所示, 三个视图中的曲线都是圆弧, 则该几何体的表面积为



A. $12 + \frac{51\pi}{4}$ B. $12 + \frac{69\pi}{4}$
C. $6 + \frac{51\pi}{4}$ D. $6 + \frac{69\pi}{4}$

11. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径等于 3, 角 A, B, C 满足 $\sin(A - B + C) - \sin(A - B - C) = \frac{2}{3} - \sin(A + B - C)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

12. 已知 A, B, C 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上三个不同的点, 若坐标原点 O 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 若 $g(x) = f(x) + x$ 是偶函数, 且 $g(-2) = -4$, 则 $f(2) =$ _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 若 $S_{11} = 66$, $a_3 a_6 + a_9 = 27$, 则 $S_{12} =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$ 和 $(\frac{7\pi}{6}, 0)$ 是函数 $f(x)$ 图象上相邻的两个对称中心, 则 $\varphi =$ _____.

16. 在正三棱柱 $ABC - A_1 B_1 C_1$ 中, $AB = 2\sqrt{3}$, $AA_1 = 2$, E, F 分别为 $AB_1, A_1 C_1$ 的中点, 平面 α 过点 C_1 , 且平面 $\alpha \parallel$ 平面 $A_1 B_1 C$, 平面 $\alpha \cap$ 平面 $A_1 B_1 C_1 = l$, 则异面直线 EF 与 l 所成角的余弦值为 _____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

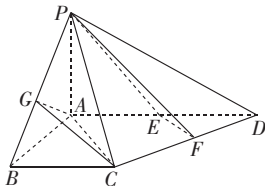
(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \perp AD$, $BC \parallel AD$, $AD = 2BC = 2PA = 2AB = 2$, 点 E, F, G 分别为线段 AD, DC, PB 的中点.

(1)证明:直线 $AG \parallel$ 平面 PEF .

(2)求多面体 $AGCPEF$ 的体积.



18. (本小题满分 12 分)

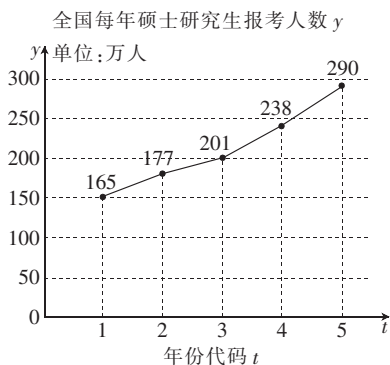
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 4$, $3S_n = (1 - 4^{-n})a_{n+1}$, $b_n = (-1)^{n+1} \cdot (\log_2 a_n)^2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

从中国教育在线官方公布的考研动机调查来看,本科生扎堆考研的原因大概集中在这 6 个方面:本科就业压力大,提升竞争力;通过考研选择真正感兴趣的专业;为了获得学历;继续深造;随大流;有名校情结. 如图是 2015~2019 年全国硕士研究生报考人数趋势图(单位:万人)的折线图.



注:年份代码 1~5 分别对应年份 2015~2019

- (1) 由折线图看出,可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系,请用相关系数加以说明;
 (2) 建立 y 关于 t 的回归方程,预测 2021 年全国硕士研究生报考人数.

参考数据: $\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 10290.8$, $\sqrt{10290.8} \approx 320.793$

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$,

回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$,

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - x, a \in \mathbf{R}, g(x)$ 为函数 $f(x)$ 的导函数.

(1) 若函数 $g(x)$ 的最小值为 0, 求实数 a 的值;

(2) 若 $\forall x > 0, f(x) \geq (1-a)x^2 - (1+a)x + 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知点 $P(t, 8) (t < 0)$ 是抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 上一点, 点 F 为抛物线 C 的焦点, $|PF| = 10$.

(1) 求直线 PF 的方程;

(2) 若直线 l 过点 $(0, 4)$, 与抛物线相交于 M, N 两点, 且曲线 C 在点 M 与点 N 处的切线分别为 m, n , 直线 m, n 相交于点 G , 求 $|PG|$ 的最小值.



(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos \alpha \\ y=2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数),在以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴的极坐标系中,直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = m$.

(1)若直线 l 与曲线 C 至多只有一个公共点,求实数 m 的取值范围;

(2)若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点,且 A, B 的中点为 P ,求点 P 的轨迹方程.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知 a, b 为正实数, $a^2 + b^2 = 2$.

(1)证明: $a + b \geq 2ab$.

(2)证明: $a^4 + b^4 \geq 2$.

全国 100 所名校最新高考模拟示范卷 · 数学卷(三)

(120 分钟 150 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设复数 z 满足 $z = \frac{3+i}{1-i}$ (i 为虚数单位),则 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $A = \{x | 1-x > 0\}$, $B = \{x | y = \lg x\}$,则 $(\complement_U A) \cap B =$

- A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

3. 已知 $a = \log_3 0.3$, $b = 3^{-4.1}$, $c = (\frac{8}{27})^{-\frac{1}{3}}$,则

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

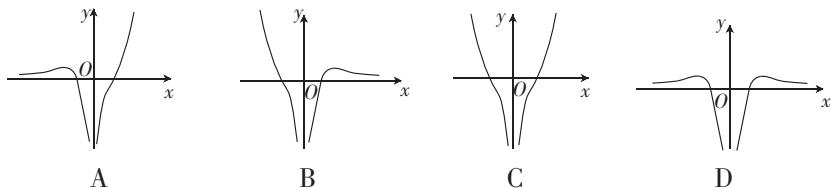
4. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 1$, P 是双曲线渐近线上第一象限的一点, O 为坐标原点,且 $|OP| = 2\sqrt{2}$,则点 P 的坐标是

- A. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ B. $(3, 3)$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{6})$ D. $(2, 2)$

5. 已知 $\sin 2\theta = -\frac{3}{4}$,则 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} =$

- A. $-\frac{8}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

6. 函数 $f(x) = 3^x \ln |x|$ 的大致图象为



7. 中国古典乐器一般按“八音”分类.“八音”是我国最早按乐器的制造材料来对乐器进行分类的方法,最先见于《周礼·春官·大师》,分为“金、石、土、革、丝、木、匏(páo)、竹”八音.其中“金、石、木、革”为打击乐器;“土、匏、竹”为吹奏乐器;“丝”为弹拨乐器.现从打击乐器、弹拨乐器中任取不同的两音,含有弹拨乐器的概率为

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

8. 在一次某校举行的演讲比赛中,甲、乙、丙、丁四位同学表现都很优秀.甲说:“乙这次应该是第一名”;乙说:“丁这次应该是第一名”;丙说:“第一名应该不是我”;丁说:“我不赞同乙的判断”.若这四位同学中只有一人判断正确,则获得这次演讲比赛第一名的人是

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

9. 已知边长为 4 的菱形 $ABCD$, $\angle DAB = 60^\circ$, M 为 CD 的中点, N 为平面 $ABCD$ 内一点, 若 $AN = NM$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} =$
- A. 16 B. 14
C. 12 D. 8
10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp AP$, $CB \perp AP$, $CB \perp AB$, $AB = BC = 2$, 点 P 到底面 ABC 的距离为 1, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为
- A. 3π B. 9π
C. 12π D. 24π
11. 将函数 $f(x) = \cos x$ 的图象先向右平移 $\frac{5}{6}\pi$ 个单位, 再把所得函数图象横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 0$), 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图象. 若函数 $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上没有零点, 则 ω 的取值范围是
- A. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{2}{3}, 8]$ B. $(0, \frac{2}{9}]$
C. $(0, 1]$ D. $(0, \frac{2}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$
12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{2n} - a_{2n-1} = 6n - 4$, $a_{2n+1} + a_{2n} = 6n - 1$ ($n \in \mathbf{N}_+$), 则数列 $\{a_n\}$ 的前 40 项和 $S_{40} =$
- A. 1186 B. 1121
C. 1240 D. 1230

题序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 3x + y \leq 0 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____.
14. 已知 S_n 是正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_3 = \frac{7}{4}$, $a_3 = \frac{1}{4}$, 则公比 $q =$ _____.
15. 已知函数 $f(x) = [f'(0)]^2 e^x - kx^2$ (e 为自然对数的底数, $f'(x)$ 为函数 $f(x)$ 的导函数且 $f'(0) \neq 0$) 至少有两个零点, 则实数 k 的取值范围是_____.
16. 已知抛物线 $C: y^2 = 4px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过焦点的直线与抛物线分别交于 A, B 两点, 与 y 轴的正半轴交于点 S , 与准线 l 交于点 T , 且 $|FA| = 2|AS|$, 则 $|AF| =$ _____ (用含 p 的式子表示), $\left| \frac{FB}{TS} \right| =$ _____. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

在平面四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AD \perp CD$, $AD=5$, $AB=7$, $\angle BDA=60^\circ$.

(1)求 $\sin \angle BAD$ 的值;

(2)若 $BC=4$, 求 DC 的长.

18. (本小题满分 12 分)

金秋九月, 丹桂飘香, 某高校迎来了一大批优秀的学生, 新生接待其实也是和社会沟通的一个平台. 校团委、学生会从在校学生中随机抽取了 160 名学生, 对是否愿意投入到新生接待工作进行了问卷调查, 统计数据如下:

	愿意	不愿意
男生	60	20
女生	40	40

(1)通过估算, 试判断男、女哪种性别的学生愿意投入到新生接待工作的概率更大?

(2)能否有 99% 的把握认为, 愿意参加新生接待工作与性别有关?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

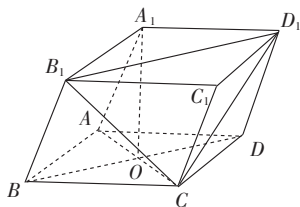
$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.01	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $AC \cap BD = O$, $A_1O \perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 证明: $A_1O \parallel$ 平面 B_1CD_1 .

(2) 若 $AB = AA_1 = 2$, 求点 C 到平面 ABB_1A_1 的距离.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, F_1, F_2 分别为其上、下焦点, 图象经过 $T(2, 0)$, $\triangle TF_1F_2$

的周长为 $8\sqrt{2} + 12$, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 直线 $l: y = kx + m (k \neq 0, m \neq 0)$, l 与 C 交于 P, Q 两点, 线段 PQ 的中点为 A , 射线 OA 与 C 交于点 B , 若 l 过点 $(2, 6)$, 且 $|OB| = 2|OA|$, 求截距 m 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a(x - \ln x) + x^2 - 2x$.

(1) 当 $a = -2e$ 时 (e 为自然对数的底数), 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) $f'(x)$ 为 $y = f(x)$ 的导函数, 当 $a > 0, x_1 > x_2 > 0$ 时, 求证: $f(x_1) - f'(\frac{x_1 + x_2}{2})x_1 <$

$$f(x_2) - f'(\frac{x_1 + x_2}{2})x_2.$$

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中,以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+2\cos\theta, \\ y=2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),直线 l 经过点 $M(-1, -3\sqrt{3})$ 且倾斜角为 α .

(1)求曲线 C 的极坐标方程和直线 l 的参数方程;

(2)已知直线 l 与曲线 C 交于 A, B ,满足 A 为 MB 的中点,求 $\tan\alpha$.

23. [选修 4-5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

设函数 $f(x) = |x+1| + |x-2a| + 1$.

(1)当 $a=1$ 时,解不等式 $f(x) \leq 6$;

(2)设 $a < -\frac{1}{2}$,且当 $2a \leq x < -1$ 时,不等式 $f(x) \leq 2x+6$ 有解,求实数 a 的取值范围.