

## 第 I 卷

(1)复数  $z=(-2i)(1+i)$  在复平面内对应的点位于 ( )

- (A) 第一象限                      (B) 第二象限                      (C) 第三象限                      (D) 第四象限

- (2) 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x \leq 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- (A)  $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$  (B)  $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$   
(C)  $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$  (D)  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$

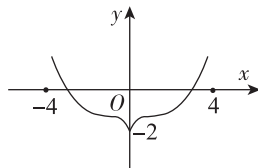
- (3) 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_9 = 9$ , 则  $a_5 =$  ( )

- (A) -1                      (B) -2                      (C) 2                      (D) 1

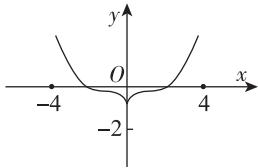
- (4) 已知  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{3}) = 2 + \sqrt{3}$ , 则  $\sin 2\alpha =$  ( )

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $-\frac{1}{2}$

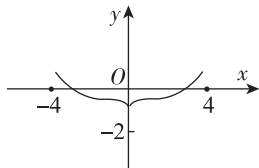
- (5) 函数  $f(x) = \frac{2e^{|x|}}{x^2 + 1} - 4$  的图象大致为 ( )



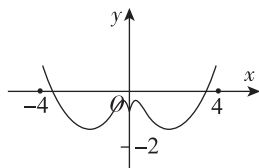
(A)



(B)



(C)



(D)

- (6) 某公司由于改进了经营模式,经济效益与日俱增.统计了 2018 年 10 月到 2019 年 4 月的纯收益  $y$  (单位:万元)的数据,如下表:

|          |    |    |    |    |    |    |    |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|
| 月份       | 十  | 十一 | 十二 | 一  | 二  | 三  | 四  |
| 月份代号 $t$ | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 纯收益 $y$  | 66 | 69 | 73 | 81 | 89 | 90 | 91 |

- 得到  $y$  关于  $t$  的线性回归方程为  $\hat{y}=4.75t+51.36$ . 请预测该公司 2019 年 6 月的纯收益为 ( )

- (A)94.11 万元 (B)98.86 万元  
(C)103.61 万元 (D)108.36 万元

- (7) 把函数  $y = \cos 2x$  的图象上所有点向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 则所得图象 ( )

- (A) 关于  $x = \frac{\pi}{3}$  对称
- (B) 对称中心为  $(\frac{5\pi}{6}, 0)$
- (C) 关于  $x = -\frac{\pi}{6}$  对称
- (D) 对称中心为  $(-\frac{\pi}{12}, 0)$

- (8) 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$  与双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的两条渐近线均相切, 且双曲线的右焦点为圆  $C$  的圆心, 则该双曲线的离心率为  $\quad$  ( )

- (A)  $\frac{5}{3}$                       (B)  $\frac{4}{3}$                       (C)  $\frac{5}{4}$                       (D)  $\frac{10}{3}$

(9) 已知正三棱锥(底面是正三角形, 顶点在底面的射影是底面中心)的侧棱与底面所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则该正三棱锥的外接球的半径与侧棱的比是 ( )

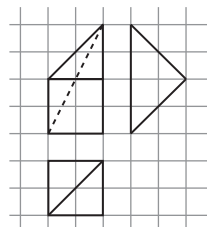
- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  (D)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(10) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = \sqrt{2}$ ,  $AC = 2$ ,  $E$  是边  $BC$  的中点.  $G$  为  $\triangle ABC$  所在平面内一点, 且满足  $\overrightarrow{GA}^2 = \overrightarrow{GB}^2 = \overrightarrow{GC}^2$ , 则  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AG}$  的值为 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{3}{2}$

(11) 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某多面体的三视图, 则该几何体的各个侧面中的面积最大值为 ( )

- (A)  $2\sqrt{6}$  (B)  $4\sqrt{2}$   
(C) 4 (D)  $3\sqrt{6}$



(12) 若函数  $f(x) = \ln x (0 < x \leq 1)$  与函数  $g(x) = x^2 + a$  有两条公切线, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(-\ln \sqrt{2} - \frac{1}{2}, +\infty)$  (B)  $(-\ln \sqrt{2} - \frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$   
(C)  $(-\ln \sqrt{2}, -\frac{3}{4}]$  (D)  $(-\ln \sqrt{2} - \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}]$

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x > 0 \\ f(x+4) - 1, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f(-2)$  的值为 \_\_\_\_\_.

(14) 如果实数  $x, y$  满足条件  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - y + 1 \leq 0 \\ y - 3 \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2y - x$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

(15) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(2, 0)$ , 过点  $F$  的直线交椭圆于  $A, B$  两点. 若  $AB$  的中点坐标为  $(1, \frac{1}{2})$ , 则椭圆  $C$  的方程为 \_\_\_\_\_.

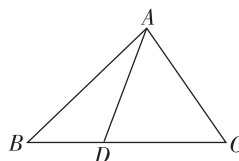
(16) 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_{2n} = a_{2n-1} + (-1)^n (n \in \mathbf{N}^*)$ ,  $a_{2n} = a_{2n-2} + 2^{n-1} + (-1)^n (n \geq 2, \text{ 且 } n \in \mathbf{N}^*)$ , 则  $\{a_n\}$  的前 20 项的和为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为边  $BC$  上一点,  $BD = \frac{1}{2}CD$ ,  $\angle ADB = \frac{2\pi}{3}$ ,  $AD = 2$ ,  $AB = \sqrt{6}$ .

- (I) 求角  $B$ ;  
(II) 求  $AC$ .

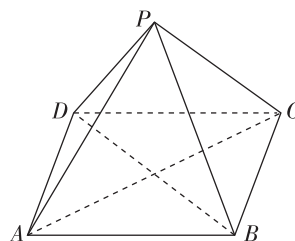


(18)(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,已知  $ABCD$  为平行四边形,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $AD = AB = PB = 2$ ,  $PC \perp PA$ ,  $PC = PA$ .

(I) 求证:  $BD \perp$  平面  $PAC$ ;

(II) 求三棱锥  $A-PBC$  的体积.



(19)(本小题满分 12 分)

端午节(每年农历五月初五),是中国传统节日,有吃粽子的习俗.某超市在端午节这一天,每售出 1 kg 粽子获利润 5 元,未售出的粽子每 1 kg 亏损 3 元.根据历史资料,得到销售情况与市场需求量的频率分布表,如下图所示.该超市为今年的端午节预购进了 140 kg 粽子.以  $X$ (单位:kg,  $100 \leq X \leq 150$ ) 表示今年的市场需求量,  $Y$ (单位:元)表示今年的利润.

| 市场需求量(kg) | $[100, 110)$ | $[110, 120)$ | $[120, 130)$ | $[130, 140)$ | $[140, 150]$ |
|-----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 频率        | 0.1          | 0.2          | 0.3          | 0.25         | 0.15         |

(I) 将  $Y$  表示为  $X$  的函数;

(II) 根据频率分布表估计今年利润  $Y$  不少于 620 元的概率.

(20)(本小题满分 12 分)

已知曲线  $C$  上的点到点  $F(1, 0)$  的距离比到直线  $l: x + 2 = 0$  的距离小 1.

(I) 求曲线  $C$  的方程;

(II) 设  $P$  为曲线  $C$  上任意一点,点  $N(2, 0)$ . 问是否存在垂直于  $x$  轴的直线  $l$ , 使得  $l$  被以  $PN$  为直径的圆截得的弦长恒为定值? 若存在, 求出  $l$  的方程和定值; 若不存在, 说明理由.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - kx, k \in \mathbf{R}$ .

(I) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(II) 若  $x_1, x_2$  是函数  $f(x)$  的两个不同的零点, 求证:  $\ln x_1 + \ln x_2 > 2$ .

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 多答, 按首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $0 \leq \alpha < \pi$ ). 以坐标原点  $O$  为极

点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 = \frac{4}{1 + 3 \cos^2 \theta}$ .

(I) 写出曲线  $C$  的直角坐标方程;

(II) 设点  $P$  的极坐标为  $(1, \frac{\pi}{2})$ , 直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $|PA| \cdot |PB| = \frac{12}{13}$ , 求  $\alpha$  的值.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

函数  $f(x) = |x + 2| + |x - a| (a \in \mathbf{R})$ .

(I) 当  $a = 2$  时, 不等式  $f(x) \leq 6$  的解集  $M$ ;

(II) 若  $x \in (0, 1)$  时, 不等式  $f(x) < x + 4$  成立, 求  $a$  的取值范围.