

全国 I 卷 · 冲刺金卷 · 理科数学(一)

注意事项:

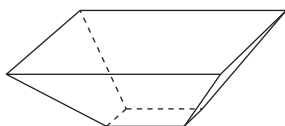
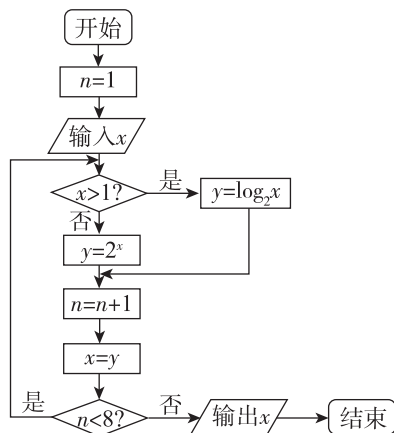
1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.



第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 已知集合 $A = \{x | 4x^2 - 3x \leq 0\}$, $B = \{x | y = \sqrt{2x-1}\}$, 则 $A \cap B =$
- (A) $[0, \frac{3}{4}]$ (B) $\emptyset$ (C) $[0, \frac{1}{2}]$ (D) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$
- (2) 设复数 $z = \frac{2+5i}{7-3i}$, 则在复平面内, 复数 z 所对应的点位于
- (A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限
- (3) 已知某地区在职特级教师、高级教师、中级教师分别有 100 人, 900 人, 2000 人, 为了调查该地区不同职称的教师的工资情况, 研究人员在该地区按照分层抽样的方法随机抽取了 60 人进行调查, 则被抽取的高级教师有
- (A) 2 人 (B) 18 人 (C) 40 人 (D) 36 人
- (4) 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个顶点为 M , 点 $N(b, 0)$, 若 $|MN| = 3b$, 则双曲线 C 的渐近线方程为
- (A) $y = \pm \sqrt{2}x$ (B) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$
(C) $y = \pm 2\sqrt{2}x$ (D) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}x$
- (5) 执行如图所示的程序框图, 若输入 x 的值为 256, 则输出 x 的值为
- (A) 8 (B) 3
(C) $\log_2 3$ (D) $\log_2 (\log_2 3)$
- (6) 《九章算术(卷第五)·商功》中有如下问题:“今有冥谷上广二丈, 袤七丈, 下广八尺, 袤四丈, 深六丈五尺, 问积几何”. 译文为:“今有上下底面皆为长方形的墓坑, 上底宽 2 丈, 长 7 丈; 下底宽 8 尺, 长 4 丈, 深 6 丈 5 尺, 问它的容积量是多少?” 则该几何体的容积为(注: 1 丈 = 10 尺.)
- (A) 45000 立方尺 (B) 52000 立方尺
(C) 63000 立方尺 (D) 72000 立方尺

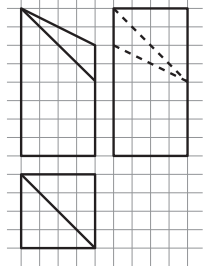


(7) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $S_9 = 54, a_4 = 5$, 则数列 $\{\frac{1}{S_n - n}\}$ 前 2019 项的和为

- (A) $\frac{2018}{2019}$ (B) $\frac{1009}{1010}$ (C) $\frac{4036}{2019}$ (D) $\frac{2019}{1010}$

(8) 如图, 小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的棱长不可能为

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $4\sqrt{3}$
(C) $4\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$



(9) 设 $(1+2x+3x^2)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$, 则 $a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12} + a_{14} =$

- (A) 129927 (B) 129962
(C) 139926 (D) 139962

(10) 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到其准线 l 的距离为 2, 点 A, B 在抛物线 C 上, 且 A, B, F 三点共线, 作 $BE \perp l$, 垂足为 E , 若直线 EF 的斜率为 4, 则 $|AF| =$

- (A) $\frac{17}{8}$ (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{17}{16}$ (D) $\frac{33}{16}$

(11) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{2x} - 1, & x > 0, \\ -x^2 - 2x - 2, & x \leq 0, \end{cases}$ 若 $|f(x)| \geq mx$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为

- (A) $[2 - 2\sqrt{2}, 2]$ (B) $[2 - 2\sqrt{2}, 1]$
(C) $[2 - 2\sqrt{2}, e]$ (D) $[2 - 2\sqrt{e}, e]$

(12) 已知数列 $\{a_n - n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $\sum_{i=1}^n [a_{i+1} + (-1)^i a_i] = n^2, S_{2018} = 1$, 则 $a_1 =$

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) 2

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

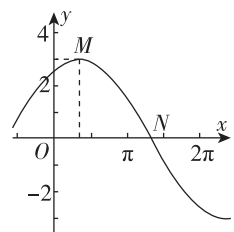
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 6, 点 E 为线段 BC 的中点, 点 F 为线段 BC 上靠近 C 的三等分点. 若 $\angle ABC = 120^\circ$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DF} =$ _____.

(14) 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+1 \geq y, \\ x+2y \leq 2, \\ x \leq 2y+2, \end{cases}$ 则 $z = 2x - y$ 的最小值为 _____.

(15) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0)$ 的部分图象如图所示, 其中 $M(\frac{\pi}{3}, 3)$

是图象的一个最高点, $N(\frac{4\pi}{3}, 0)$ 是图象与 x 轴的交点, 将函数 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{12}$ 后, 再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 的单调递增区间为 _____.



(16) 已知函数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$, 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 交于 M, N, P 三点, 且 $|MN| = |NP| = \sqrt{2}$, 则直线 l 的方程为 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{4}, AB = 2, BC = \frac{\sqrt{17}}{2}$, M 是线段 AC 上的一点, 且 $\tan \angle AMB = -2\sqrt{2}$.

(I) 求 AM 的长度;

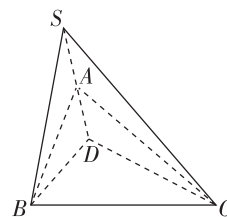
(II) 求 $\triangle BCM$ 的面积.

(18)(本小题满分 12 分)

如图所示,在三棱锥 $S-BCD$ 中,平面 $SBD \perp$ 平面 BCD , A 是线段 SD 上的点, $\triangle SBD$ 为等边三角形, $\angle BCD = 30^\circ$, $CD = 2DB = 4$.

(I)若 $SA = AD$, 求证: $SD \perp CA$;

(II)若直线 BA 与平面 SCD 所成角的正弦值为 $\frac{4\sqrt{195}}{65}$, 求 AD 的长.



(19)(本小题满分 12 分)

为了感谢消费者对超市的购物支持,超市老板决定对超市积分卡上积分超过 10000 分的消费者开展年终大回馈活动,参加活动之后消费者的积分将被清空. 回馈活动设计了两种方案:

方案一:消费者先回答一道多选题,从第二道开始都回答单选题;

方案二:消费者全部选择单选题进行回答;

其中单选题答对得 2 分,多选题答对得 3 分,无论单选题还是多选题答错得 0 分;每名参赛的消费者至多答题 3 次,答题过程中得到 3 分或 3 分以上立刻停止答题,得到超市回馈的奖品. 为了调查消费者对方案的选择,研究人员在有资格参与回馈活动的 500 名消费者中作出调研,所得结果如下所示:

	男性消费者	女性消费者
选择方案一	150	80
选择方案二	150	120

(I)是否有 99% 的把握认为消费者的性别与方案的选择有关;

(II)小明回答单选题的正确率为 0.8,多选题的正确率为 0.75.

(i)若小明选择方案一,记小明的得分为 X ,求 X 的分布列以及期望;

(ii)如果你是小明,你觉得通过哪种方案更有可能获得奖品,请通过计算说明理由.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

(20)(本小题满分 12 分)

已知 $\triangle PF_1F_2$ 中, $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, $|PF_1| = 4$, 点 Q 在线段 PF_1 上, 且 $|PQ| = |QF_2|$.

(I)求点 Q 的轨迹 E 的方程;

(II)若点 M, N 在曲线 E 上, 且 M, N, F_1 三点共线, 求 $\triangle F_2MN$ 面积的最大值.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - x + m \ln x (m \in \mathbf{R})$.

(I) 若 $m = -1$, 证明: $f(x) \geq 0$;

(II) 记函数 $g(x) = f(x) - 7x$, x_1, x_2 是 $g'(x) = 0$ 的两个实数根, 且 $x_1 < x_2$, 若关于 x_1 的不等式 $\frac{m \ln x_1}{1 - x_1^2} > t(4 - x_1)$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3\cos\theta \\ y = 3 + 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 点 M 是曲线 C 上的任意一点, 将点 M 绕原点 O 逆时针旋转 90° 得到点 N . 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求点 N 的轨迹 C' 的极坐标方程;

(II) 若曲线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x (y > 0)$ 与曲线 C, C' 分别交于点 A, B , 点 $D(-6, 0)$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x - 1| + |3x + 5|$.

(I) 求不等式 $f(x) > 8$ 的解集;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) + m \leq 2x^2 + |3x + 5|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 求实数 m 的取值范围.

名校联盟 2020届高考复习全程精练

全国 I 卷·冲刺金卷·理科数学(二)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.



微信扫码
查看讲解
备考绝招

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合 $A = \{x | x < 6 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, 则 A 的非空真子集的个数为

- (A) 30 (B) 31 (C) 62 (D) 63

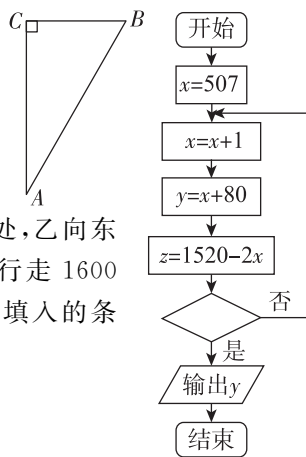
(2) 已知复数 z 满足: $z \cdot (1+i) = 1+3i$, 则 $|z| =$

- (A) 2 (B) 4 (C) $\sqrt{5}$ (D) 5

(3) 已知 $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \alpha =$

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (D) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(4) 李冶, 真定栾城(今河北省石家庄市栾城区)人. 金元时期的数学家. 与杨辉、秦九韶、朱世杰并称为“宋元数学四大家”. 在数学上的主要贡献是天元术(设未知数并列方程的方法), 用以研究直角三角形内切圆和旁切圆的性质. 李冶所著《测圆海镜》中有一道题: 甲乙同立于乾隅, 乙向东行不知步数而立, 甲向南直行, 多于乙步, 望见乙复就东北斜行, 与乙相会, 二人共行一千六百步, 又云南行不及斜行八十步, 问通弦几何. 翻译过来是: 甲乙两人同在直角顶点 C 处, 乙向东行走走到 B 处, 甲向南行走走到 A 处, 甲看到乙, 便从 A 走到 B 处, 甲乙二人共行走 1600 步, AB 比 AC 长 80 步, 若按如图所示的程序框图执行求 AB , 则判断框中应填入的条件为



- (A) $x^2 + z^2 = y^2?$ (B) $x^2 + y^2 = z^2?$
(C) $y^2 + z^2 = x^2?$ (D) $x = y?$

(5) 甲、乙两位选手进行乒乓球比赛, 5 局 3 胜制. 每局甲赢的概率是 $\frac{2}{3}$, 乙赢的概率是 $\frac{1}{3}$, 则甲以 3 : 1 获胜的概率是

- (A) $\frac{8}{27}$ (B) $\frac{16}{27}$ (C) $\frac{16}{81}$ (D) $\frac{32}{81}$

(6) 双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $C_2: (x-2)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则双曲线 C_1 的渐近线方程为

- (A) $y = \pm \frac{1}{2}x$ (B) $y = \pm \frac{1}{3}x$ (C) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ (D) $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$

(7) 已知向量 $|a| = 1, |b| = 2, |2a+b| = \sqrt{3}|2a-b|$, 则向量 a 与 b 的夹角为

- (A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

(8) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的图象在 $(0, \pi)$ 上有且仅有两条对称轴, 则 ω 的取值范围为

- (A) $[1, \frac{3}{2})$ (B) $(\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$
(C) $(\frac{4}{3}, \frac{7}{3}]$ (D) $[1, \frac{7}{3}]$

(9) 当 $0 < x_1 < x_2 < m$ 时, 不等式 $x_1^{x_2} < x_2^{x_1}$ 恒成立, 则实数 m 的最大值为

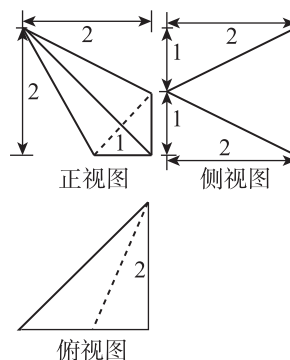
- (A) 1 (B) e (C) $\frac{1}{e}$ (D) $\sqrt{e}$

(10) 已知 $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, 其中 $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 243$, 则 $\frac{a_0}{1} + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_n}{n+1} =$

- (A) 182 (B) $\frac{182}{3}$ (C) $\frac{91}{3}$ (D) $\frac{182}{9}$

(11) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体中, 最长的棱的长度为

- (A) $\sqrt{6}$
(B) $2\sqrt{2}$
(C) 3
(D) $2\sqrt{3}$



(12) 已知函数 $f(x) = \ln(x-a)$, 若 $\exists x_1, x_2 \in (a, +\infty)$, 使得 $[x_1 - f(x_2)]^2 + [x_2 - f(x_1)]^2 = 4$, 则实数 a 的取值范围是

- (A) $(-\infty, \sqrt{2}-1]$ (B) $(-\infty, \frac{\sqrt{2}}{2}]$
(C) $(-\infty, \sqrt{2}]$ (D) $(-\infty, 2]$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知 $f(x) = x \lg(\sqrt{x^2+a}+x)$ 是偶函数, 则 $f(2x-1) \leq f(x)$ 的解集为_____.

(14) 已知 x, y 满足线性约束条件 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ x \leq 2, \\ kx-y+2 \geq 0, \end{cases}$ 目标函数 $z = -2x+y$ 的最大值为 2, 则实数 k 的取值范围是_____.

(15) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点, 且 $\angle AF_1B = 90^\circ$. 圆 M 与 F_1A 的延长线, F_1B 的延长线, 直线 AB 都相切, 则圆 M 的半径为_____.

(16) 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=5, BC=6, CD=7, DA=8$, 则四边形 $ABCD$ 面积的最大值为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1=1, a_1a_2+a_2a_3+\dots+a_na_{n+1}=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

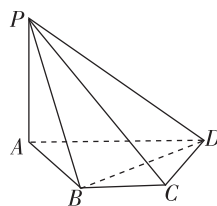
(II) 求证: $\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \dots + \frac{1}{a_na_{n+1}} < 1$.

(18)(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA=AD=2$, $AB=BC=CD=1$, $BC \parallel AD$, $\angle PAD=90^\circ$. $\angle PBA$ 为锐角,平面 $PAB \perp$ 平面 PBD .

(I)证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

(II)求平面 PCD 与平面 PAB 所成锐二面角的余弦值.



(19)(本小题满分 12 分)

已知抛物线 $x^2=2py$ ($p>0$) 上有两点 A, B ,过 A, B 作抛物线的切线交于点 $Q(-2, -1)$,且 $\angle AQB=90^\circ$.

(I)求 p ;

(II)斜率为 1 且过焦点的直线交抛物线于 M, N 两点,直线 $y=x+c$ ($c<1$) 交抛物线于 C, D 两点,求四边形 $MNDC$ 面积的最大值.

(20)(本小题满分 12 分)

某养鸡厂在荒山上散养天然土鸡,城里有 7 个饭店且每个饭店一年有 300 天需要这种土鸡, A 饭店每天需要的数量是 14~18 之间的一个随机数,去年 A 饭店这 300 天里每天需要这种土鸡的数量 x (单位:只)的统计情况如下表:

x	14	15	16	17	18
频数	45	60	75	60	60

这 300 天内(假设这 7 个饭店对这种土鸡的需求量一样),养鸡厂每天出栏土鸡 $7a$ ($14 \leq a \leq 18$) 只,送到城里的这 7 个饭店,每个饭店 a 只,每只土鸡的成本是 40 元,以每只 70 元的价格出售,超出饭店需求量的部分以每只 $56-a$ 元的价钱处理.

(I)若 $a=16$,求养鸡厂当天在 A 饭店得到的利润 y (单位:元)关于需求量 x (单位:只, $x \in \mathbf{N}^*$) 的函数解析式;

(II)以表中记录的各需求量的频率作为各需求量发生时的概率,若养鸡厂计划一天出栏 112 只或 119 只土鸡,为了获取最大利润,你认为养鸡厂一天应该出栏 112 只还是 119 只?

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^{2x}-a$, $g(x)=e^x-b$. 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有一条斜率为 1 的公切线(e 为自然对数的底数).

(I) 求 $b-a$;

(II) 设函数 $h(x)=f(x)-g(x)-mx+\frac{\ln 2}{2}-\frac{1}{2}$, 讨论函数 $h(x)$ 的零点个数.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t\cos\varphi \\ y=1+t\sin\varphi \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 椭圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{48}{3\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$.

(I) 当 $\varphi=\frac{\pi}{3}$ 时, 把直线 l 的参数方程化为普通方程, 把椭圆 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(II) 直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 且 A, B 中点为 $M(2, 1)$, 求直线 l 的斜率.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|x-a|+|x-2|$.

(I) 若 $f(x)\geq 3$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(II) $f(x)\leq x$ 的解集为 $[2, m]$, 求 a 和 m .

名校联盟 2020 高考复习全程精练全

国 I 卷 · 冲刺金卷 · 理科数学(三)

注意事项:

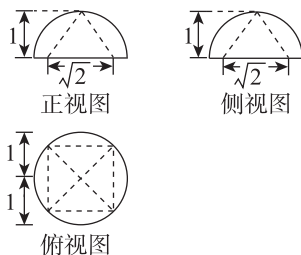
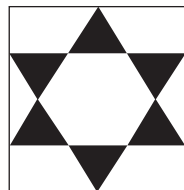
1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.



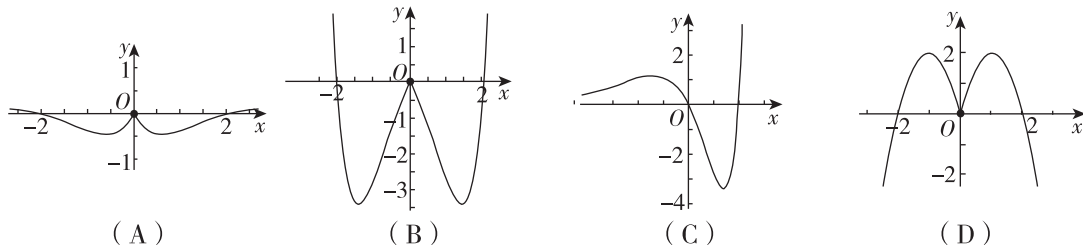
第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 已知集合 $A = \{x | 2^x > 2\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$
- (A) $[0, 1)$ (B) $(0, 2)$
(C) $(-\infty, 1]$ (D) $[0, 1]$
- (2) 已知 i 是虚数单位, $z(1 - \frac{1}{2}i) = \frac{1}{2}i$, 则 $|z| =$
- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{1}{25}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{25}$
- (3) 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_9 - S_7 = 30$, $a_2 = 2$, 则 $a_{2019} =$
- (A) 2017 (B) 2019 (C) 4036 (D) 4038
- (4) 如图, 长方形内部的阴影部分为六个全等的小正三角形顶点连接组成的图形 T , 在长方形内随机取一点, 则此点取自阴影部分 T 的概率是
- (A) $\frac{1}{8}$
(B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) $\frac{2}{3}$
- (5) 已知 O 为坐标原点, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 点 A, B 分别在双曲线 C 的两条渐近线上, $AF \perp x$ 轴, $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BA} < 0$, 四边形 $OAFB$ 为梯形, 则双曲线 C 离心率的取值范围是
- (A) $(1, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ (B) $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$
(C) $(1, 2\sqrt{3})$ (D) $(2\sqrt{3}, +\infty)$
- (6) 如图为某几何体的三视图, 则该几何体的体积为
- (A) $\frac{2\pi-3}{3}$
(B) $\frac{2\pi-2}{3}$
(C) $\frac{2\pi}{3}$
(D) $\frac{4\pi-1}{3}$



(7) 函数 $f(x) = (x^2 - 2|x|)e^{|x|}$ 的图象大致为



(8) 已知 $a > b > 0, ab = 1$, 设 $x = \frac{b}{2^a}, y = \log_2(a+b), z = a + \frac{1}{b}$, 则 $\log_x 2x, \log_y 2y, \log_z 2z$ 的大小关系为

- (A) $\log_x 2x > \log_y 2y > \log_z 2z$ (B) $\log_y 2y > \log_z 2z > \log_x 2x$
(C) $\log_x 2x > \log_z 2z > \log_y 2y$ (D) $\log_y 2y > \log_x 2x > \log_z 2z$

(9) 执行如图所示的程序框图, 则输出的结果为

- (A) 31
(B) 39
(C) 47
(D) 60

(10) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 3$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 若抛物线 C 上存在关于直线 $l: x - y - 2 = 0$ 对称的相异两点 P 和 Q , 则线段 PQ 的中点坐标为

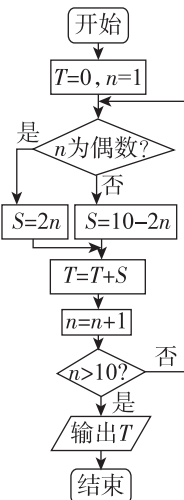
- (A) $(1, -1)$ (B) $(2, 0)$
(C) $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ (D) $(1, 1)$

(11) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内接于一个半径为 $\sqrt{3}$ 的球, 四边形 A_1ACC_1 与 B_1BCC_1 均为正方形, M, N 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, $C_1M = \frac{1}{2}A_1B_1$, 则异面直线 BM 与 AN 所成角的余弦值为

- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{30}}{10}$ (C) $\frac{7}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{70}}{10}$

(12) 设函数 $f(x) = a\sin\omega x + b\cos\omega x (\omega > 0)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调, 且 $f(\frac{\pi}{2}) = f(\frac{2\pi}{3}) = -f(\frac{\pi}{6})$, 当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时, $f(x)$ 取到最大值 4, 若将函数 $f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $y = g(x) - \sqrt{x + \frac{\pi}{3}}$ 零点的个数为

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知向量 $a = (2, 1), b = (m, -1) (m \in \mathbf{R})$, 且 $b \perp (2a - b)$, 则向量 a 在 b 方向上的投影为 _____.

(14) 已知 $(x - \frac{1}{ax})^9$ 的展开式中含 x^3 项的系数为 $-\frac{21}{2}$, 则实数 $a =$ _____.

(15) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $T_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdots a_n$, 若 $a_7 = 2, a_{10} = 16$, 则满足 $S_n > T_n$ 的最大正整数 n 的值为 _____.

(16) 某饮料厂生产 A, B 两种饮料. 生产 1 桶 A 饮料, 需该特产原料 100 公斤, 需时间 3 小时; 生产 1 桶 B 饮料, 需该特产原料 100 公斤, 需时间 1 小时, 每天 A 饮料的产量不超过 B 饮料产量的 2 倍, 每天生产两种饮料所需该特产原料的总量至多 750 公斤, 每天生产 A 饮料的时间不低于生产 B 饮料的时间, 每桶 A 饮料的利润是每桶 B 饮料利润的 1.5 倍, 若该饮料厂每天生产 A 饮料 m 桶, B 饮料 n 桶时 ($m, n \in \mathbf{N}^*$) 利润最大, 则 $m + n =$ _____.

三、解答题:解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2\sqrt{3}$, D 为 BC 上一点,且 $BC=3BD$, $AD=2$.

(I)若 $B=30^\circ$, $\angle ADB$ 为钝角,求 CD 的长;

(II)若 $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,求 $\triangle ABC$ 的周长.

(18)(本小题满分 12 分)

已知某快递公司收取快递费的标准是:重量不超过 1 kg 的包裹收费 10 元;重量超过 1 kg 的包裹,在收费 10 元的基础上,每超过 1 kg(不足 1 kg,按 1 kg 计算)需再收 5 元.该快递公司承揽了一个工艺品厂家的全部玻璃工艺品包裹的邮寄事宜,该厂家随机统计了 100 件这种包裹的两个统计表如下:

表 1

包裹重量(kg)	(0,1]	(1,2]	(2,3]	(3,4]	(4,5]
包裹数	40	25	20	10	5
损坏件数	1	3	2	3	0

表 2

包裹重量(kg)	(0,1]	(1,2]	(2,3]	(3,4]	(4,5]
出厂价(元/件)	20	25	30	40	50
卖价(元/件)	60	65	70	90	110

(I)估计该快递公司对每件包裹收取快递费的平均值;

(II)将包裹重量落入各组的频率视为概率,该工艺品厂家承担全部运费,每个包裹只有一件产品,如果客户收到有损坏品的包裹,该快递公司每件按其出厂价的 90%赔偿给厂家.现该厂准备给客户邮寄重量在区间(2,3]和(3,4]内的工艺品各 1 件,求该厂家这两件工艺品获得利润的分布列和期望.

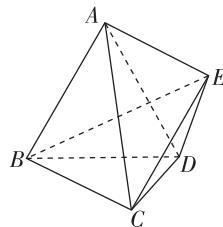
(19)(本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle ABD$ 是等边三角形, $BC \perp CD$, $BC=CD=\sqrt{2}$, E 为三棱锥 $A-BCD$ 外一点,且 $\triangle CDE$ 为等边三角形.

(I)证明: $AC \perp BD$;

(II)若平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ,平面 ABD 与平面 ECD 所成锐二面角的余弦值为

$\frac{\sqrt{3}}{3}$,求 BE 的长.



(20)(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个短轴端点为 $M(0, 1)$, 过椭圆 C_1 的一个长轴端点作圆 $C_2: x^2 + y^2 = b^2$ 的两条切线, 且切线互相垂直.

(I) 求椭圆 C_1 的方程;

(II) 过点 M 分别作出直线 MA, MB 交椭圆 C_1 于 A, B 两点, 设这两条直线的斜率分别为 k_{MA}, k_{MB} , 且 $k_{MA} + k_{MB} = 4$, 求圆 C_2 上一点 P 到直线 AB 所过定点 Q 的最小距离.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax (a \in \mathbf{R})$ 的最大值为 -1 .

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若方程 $f(x) = 2 - x - \frac{1}{2x}$ 有两个实根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $x_1 + x_2 > 1$.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以坐标原点为极点, x 轴的正

半轴为极轴建立极坐标系, 已知点 A, B, C 的极坐标分别为 $(4, \frac{\pi}{6}), (4, \frac{5\pi}{6}), (4, \frac{3\pi}{2})$, 且 $\triangle ABC$ 的顶点都在圆 C_2 上, 将圆 C_2 向右平移 3 个单位长度后, 得到曲线 C_3 .

(I) 求曲线 C_3 的直角坐标方程;

(II) 设 $M(1, 1)$, 曲线 C_1 与 C_3 相交于 P, Q 两点, 求 $|MP| \cdot |MQ|$ 的值.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |3x - 1| + |x - 2|$.

(I) 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(II) 若 $m > 1, n > 1$, 对 $\forall x \in \mathbf{R}$, 不等式 $3\log_2 m \cdot \log_2 n \geq \frac{5}{f(x)}$ 恒成立, 求 mn 的最小值.