

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.



微信扫码
查看讲解
备考绝招

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合 $A = \{x | 4x^2 - 3x \leq 0\}$, $B = \{x | y = \sqrt{2x-1}\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $[0, \frac{3}{4}]$ (B) $\emptyset$ (C) $[0, \frac{1}{2}]$ (D) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$

(2) 设复数 $z = \frac{4-2i}{7-3i}$, 则复数 z 的虚部为

- (A) $-\frac{17}{29}$ (B) $\frac{17}{29}$ (C) $-\frac{1}{29}$ (D) $\frac{1}{29}$

(3) 为了调查某地区不同年龄、不同等级的教师的工资情况, 研究人员在 A 学校进行抽样调查, 则比较合适的抽样方法为

- (A) 简单随机抽样 (B) 系统抽样
(C) 分层抽样 (D) 不能确定

(4) 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{13}}{3}$, 则双曲线 C 的渐近线方程为

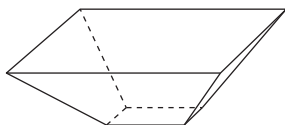
- (A) $y = \pm \sqrt{2}x$ (B) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ (C) $y = \pm \frac{2}{3}x$ (D) $y = \pm \frac{3}{2}x$

(5) 执行如图所示的程序框图, 若判断框中的条件为 $n < 2019$, 则输出 A 的值为

- (A) $\frac{1}{2}$
(B) 2
(C) -1
(D) -2

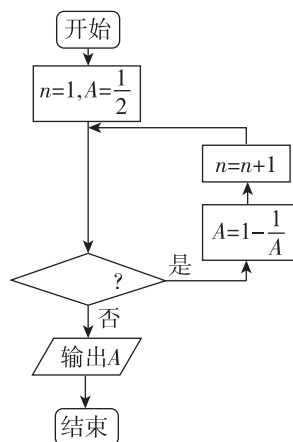
(6) 《九章算术(卷第五)·商功》中有如下问题:“今有冥谷上广二丈, 袤七丈, 下广八尺, 袤四丈, 深六丈五尺, 问积几何”. 译文为:“今有上下底面皆为长方形的墓坑, 上底宽 2 丈, 长 7 丈; 下底宽 8 尺, 长 4 丈, 深 6 丈 5 尺, 问它的容积量是多少?” 则该几何体的容积为(注: 1 丈 = 10 尺.)

- (A) 45000 立方尺
(B) 52000 立方尺
(C) 63000 立方尺
(D) 72000 立方尺



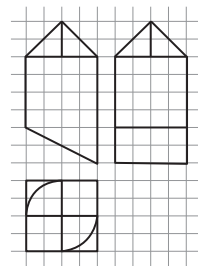
(7) 记单调递减的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = \frac{76}{9}$, 若 $a_2 = \frac{8}{3}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公比为

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

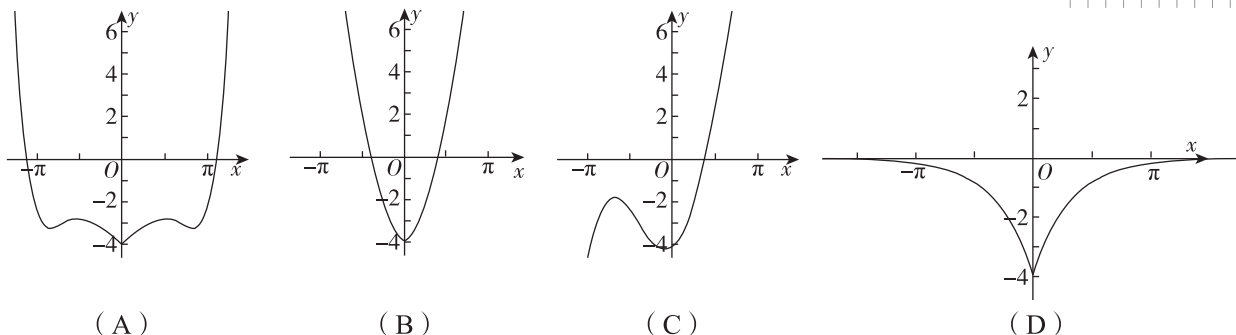


(8) 图中小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的表面积为

- (A) $104 + 8\sqrt{5} + \sqrt{2}\pi$
 (B) $104 + 4\sqrt{5} + (\sqrt{2} - 2)\pi$
 (C) $104 + 8\sqrt{5} + (\sqrt{2} - 2)\pi$
 (D) $104 + 8\sqrt{5} + (2\sqrt{2} - 2)\pi$



(9) 设函数 $f(x) = e^{|x|} - 5\cos x - x^2$, 则函数 $f(x)$ 的图象大致为



(10) 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到其准线 l 的距离为 2, 点 A, B 在抛物线 C 上, 且 A, B, F 三点共线, 作 $BE \perp l$, 垂足为 E , 若直线 EF 的斜率为 4, 则 $|AF| =$

- (A) $\frac{17}{8}$ (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{17}{16}$ (D) $\frac{33}{16}$

(11) 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_4 + a_6 = 18, S_{11} = 121$. 若 $3a_2, a_{14}, S_m$ 成等比数列, 则 $a_m =$

- (A) 13 (B) 15 (C) 17 (D) 19

(12) 已知 $a = \sin \frac{4}{5}, b = \frac{4}{3} \sin \frac{3}{4}, c = \frac{4}{3} \cos \frac{3}{4}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- (A) $a < b < c$ (B) $b < c < a$ (C) $a < c < b$ (D) $b < a < c$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知平面向量 $m = (2, 5), n = (1, \lambda)$, 若 $m \perp (2m + n)$, 则实数 λ 的值为_____.

(14) 已知首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 5a_n - 9$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n =$ _____.

(15) 已知函数 $f(x) = 6\sqrt{3} \sin x \cos x - 6\sin^2 x + 3$, 则函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的取值范围为_____.

(16) 已知函数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 3$, 若直线 l 与曲线 $y = f(x)$ 交于 M, N, P 三点, 且 $|MN| = |NP|$, 则点 N 的坐标为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{4}, AB = 2, BC = \frac{\sqrt{17}}{2}$, M 是线段 AC 上的一点, 且 $\tan \angle AMB = -2\sqrt{2}$.

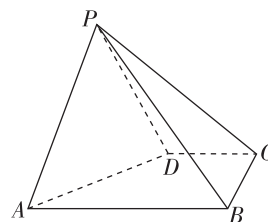
- (I) 求 AM 的长度;
 (II) 求 $\triangle BCM$ 的面积.

(18)(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, $BC \perp PD$, $AB = 2BC = 2CD = 2$.

(I) 在线段 AB 上作出一点 E , 使得 $BC \parallel$ 平面 PDE , 并说明理由;

(II) 若 $PA = AD$, $\angle PDA = 60^\circ$, 求点 B 到平面 PAD 的距离.



(19)(本小题满分 12 分)

为了响应绿色出行,某市推出了一款新能源租赁汽车,并对该市市民对这款新能源租赁汽车的使用态度进行调查,具体数据如下表(1)所示:

表(1)

	愿意使用新能源租赁汽车	不愿意使用新能源租赁汽车	总计
男性	800		1000
女性		600	
总计	1200		

相关研究人员还调查了某一辆新能源租赁汽车一个月内的使用时间情况,统计如下表(2)所示:

表(2)

时间 t (分钟)	(20, 30]	(30, 40]	(40, 50]	(50, 60]
频数	150	200	100	50

根据上述事实,研究人员针对租赁的价格作出如下调整,该价格分为两部分:

① 根据行驶里程数按 1 元/公里计费;

② 行驶时间不超过 45 分钟,按 0.12 元/分计费;超过 45 分钟,超出部分按 0.20 元/分计费.

(I) 是否有 99.9% 的把握认为该市市民对这款新能源租赁汽车的使用态度与性别有关;

(II) 根据表(2)中的数据求该辆汽车一个月内的平均使用时间;

(III) 若小明的住宅距离公司 20 公里,且每天驾驶新能源租赁汽车到公司的时间在 30~60 分钟之间,若小明利用滴滴打车到达公司需要 27 元,讨论:小明使用滴滴打车上班还是驾驶新能源租赁汽车上班更加合算.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

(20)(本小题满分 12 分)

已知 $\triangle PF_1F_2$ 中, $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$, $|PF_1| = 4$, 点 Q 在线段 PF_1 上, 且 $|PQ| = |QF_2|$.

(I) 求点 Q 的轨迹 E 的方程;

(II) 若点 M, N 在曲线 E 上, 且 M, N, F_1 三点共线, 求 $\triangle F_2MN$ 面积的最大值.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(e, f(e))$ 处的切线方程;

(II) 已知函数 $g(x) = f(x) + ax(1 - \ln x)$ 存在极大值和极小值, 且极大值和极小值分别为 M, N , 若 $M = g(1), N = h(a)$, 求 $h(a)$ 的最大值.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3\cos\theta \\ y = 3 + 3\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 点 M 是曲线 C 上的任意一点, 将点 M 绕原点 O 逆时针旋转 90° 得到点 N . 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求点 N 的轨迹 C' 的极坐标方程;

(II) 若曲线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ($y > 0$) 与曲线 C, C' 分别交于点 A, B , 点 $D(-6, 0)$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x - 1| + |3x + 5|$.

(I) 求不等式 $f(x) > 8$ 的解集;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) + m \leq 2x^2 + |3x + 5|$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 求实数 m 的取值范围.

名校联盟 2020届高考复习全程精练

全国 I 卷·冲刺金卷·文科数学(二)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.

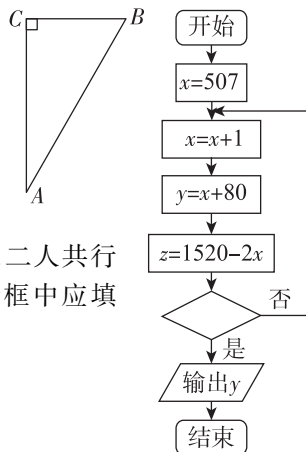


微信扫码
查看讲解
备考绝招

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 已知集合 $A = \{x | x < 6 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, 则 A 的非空真子集的个数为
(A) 30 (B) 31 (C) 62 (D) 63
- (2) 已知复数 z 满足: $z \cdot (1+i) = 1+3i$, 则 $|z| =$
(A) 2 (B) 4 (C) $\sqrt{5}$ (D) 5
- (3) $\square ABCO$, O 为原点, $A(1, -2)$, $C(2, 3)$, 则 B 点坐标为
(A) $(3, 1)$ (B) $(-1, -5)$
(C) $(1, 5)$ (D) $(-3, -1)$
- (4) 袋中有 4 个球, 3 个红色, 1 个黑色, 从中任意摸取 2 个, 则恰为 2 个红球的概率为
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$
- (5) 已知 $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \alpha =$
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (D) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- (6) 双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $C_2: (x-2)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则双曲线 C_1 的渐近线方程为
(A) $y = \pm \frac{1}{2}x$ (B) $y = \pm \frac{1}{3}x$ (C) $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ (D) $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$
- (7) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足: $S_{37} - S_{23} = a$, 则 $S_{60} =$
(A) $4a$ (B) $\frac{30}{7}a$ (C) $5a$ (D) $\frac{40}{7}a$
- (8) 李冶, 真定栾城(今河北省石家庄市栾城区)人. 金元时期的数学家. 与杨辉、秦九韶、朱世杰并称为“宋元数学四大家”. 在数学上的主要贡献是天元术(设未知数并列方程的方法), 用以研究直角三角形内切圆和旁切圆的性质. 李冶所著《测圆海镜》中有一道题: 甲乙同立于乾隅, 乙向东行不知步数而立, 甲向南直行, 多于乙步, 望见乙复就东北斜行, 与乙相会, 二人共行一千六百步, 又云南行不及斜行八十步, 问通弦几何. 翻译过来是: 甲乙两人同在直角顶点 C 处, 乙向东行走到 B 处, 甲向南行走到 A 处, 甲看到乙, 便从 A 走到 B 处, 甲乙二人共行走 1600 步, AB 比 AC 长 80 步, 若按如图所示的程序框图执行求 AB , 则判断框中应填入的条件为
(A) $x^2 + z^2 = y^2?$ (B) $x^2 + y^2 = z^2?$
(C) $y^2 + z^2 = x^2?$ (D) $x = y?$



(9) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的图象在 $(0, \pi)$ 上有且仅有两条对称轴, 则 ω 的取值范围为

(A) $[1, \frac{3}{2})$

(B) $(\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$

(C) $(\frac{4}{3}, \frac{7}{3}]$

(D) $[1, \frac{7}{3}]$

(10) 已知: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2a - 1, & x > 1 \\ x + a^2, & x \leq 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数. $M = f(a)$, $N = f(\log_4 3 \cdot \log_4 5)$, 则 M, N 的大小关系是

(A) $M = N$

(B) $M > N$

(C) $M < N$

(D) M, N 大小不能确定

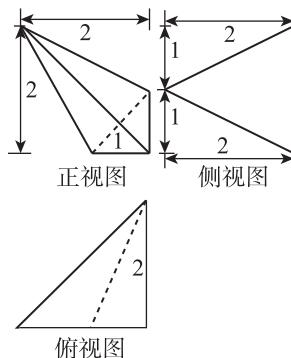
(11) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体中, 最长的棱的长度为

(A) $\sqrt{6}$

(B) $2\sqrt{2}$

(C) 3

(D) $2\sqrt{3}$



(12) 已知 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq \frac{1}{2} \\ f(x-1) - f(x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$, 则 $f(2019) =$

(A) 1

(B) -1

(C) 2

(D) -2

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 过 $y = x^3 - 3x^2$ 上一点 $(2, -4)$ 作曲线的切线, 则切线方程为 _____.

(14) 已知 x, y 满足线性约束条件 $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0, \\ x \leq 2, \\ kx - y + 2 \geq 0, \end{cases}$ 目标函数 $z = -2x + y$ 的最大值为 2, 则实数 k 的取值范围是 _____.

(15) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 右焦点 F_2 与抛物线 $E: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点重合. 椭圆 C 与抛物线 E 交于 A, B 两点, A, F_2, B 三点共线, 则椭圆 C 的离心率为 _____.

(16) 数列 $\{a_n\}$ 满足: $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{5} + \dots + \frac{a_n}{3n-1} = 3 - \frac{1}{2^n}$, 且 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq m$ ($m \in \mathbf{N}^*$) 恒成立, 则 m 的最小值为 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $2\cos A \cos B = \frac{\tan C}{\tan A + \tan B}$.

(I) 求角 C ;

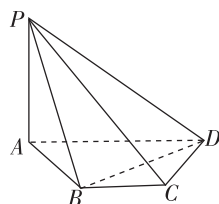
(II) 若 $c = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

(18)(本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD=2, AB=BC=CD=1, BC \parallel AD, \angle PAD=90^\circ, \angle PBA$ 为锐角,平面 $PBA \perp$ 平面 PBD .

(I)证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

(II) AD 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$,求三棱锥 $P-ABD$ 的表面积.



(19)(本小题满分 12 分)

西部某贫困村,在产业扶贫政策的大力支持下,在荒山上散养优质鸡,城里有 7 个饭店且每个饭店一年有 300 天需要这种鸡,A 饭店每天需要的数量是 14~18 之间的一个随机数,去年 A 饭店这 300 天里每天需要这种鸡的数量 x (单位:只)如下表:

x	14	15	16	17	18
频数	45	60	75	60	60

这 300 天内,假定这 7 个饭店的情况一样,只探讨 A 饭店当天的需求量即可.这 300 天内,鸡厂和这 7 个饭店联营,每天出栏鸡是定数 $7a(14 \leq a \leq 18)$,送到城里的这 7 个饭店,从饲养到送到饭店,每只鸡的成本是 40 元,饭店给鸡厂结算每只 70 元,如果 7 个饭店用不完,即当天每个饭店的需求量 $x < a$ 时,剩下的鸡只能以每只 $56-a$ 元的价钱处理.

(I)若 $a=15$,求鸡厂当天在 A 饭店得到的利润 y (单位:元)关于 A 饭店当天需求量 x (单位:只, $x \in \mathbf{N}^*$)的函数解析式;

(II)若 $a=16$,求鸡厂当天在 A 饭店得到的利润(单位:元)的平均值;

(III) $a=17$ 时,以表中记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率,求鸡厂当天在 A 饭店得到的利润大于 479 元的概率.

(20)(本小题满分 12 分)

已知抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 上有两点 A,B,过 A,B 作抛物线的切线交于点 $Q(-2,-1)$,且 $\angle AQB=90^\circ$.

(I)求 p ;

(II)斜率为 1 且过焦点的直线交抛物线于 M,N 两点,直线 $y=x+c(c<1)$ 交抛物线于 C,D 两点,求四边形 MNDC 面积的最大值.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^{2x}-a$, $g(x)=e^x-b$. 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有一条斜率为 1 的公切线(e 为自然对数的底数).

(I) 求 $b-a$;

(II) 设函数 $h(x)=f(x)-g(x)-mx+\frac{\ln 2}{2}-\frac{1}{2}$, 讨论函数 $h(x)$ 的零点个数.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t\cos\varphi \\ y=1+t\sin\varphi \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 椭圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{48}{3\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$.

(I) 当 $\varphi=\frac{\pi}{3}$ 时, 把直线 l 的参数方程化为普通方程, 把椭圆 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(II) 直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 且 A, B 中点为 $M(2, 1)$, 求直线 l 的斜率.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|x-a|+|x-2|$.

(I) 若 $f(x)\geq 3$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(II) $f(x)\leq x$ 的解集为 $[2, m]$, 求 a 和 m .

全国 I 卷·冲刺金卷·文科数学(三)

注意事项:

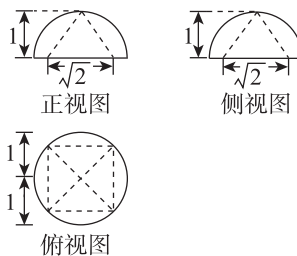
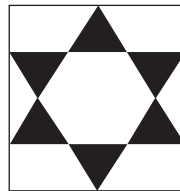
1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟.
5. 考试范围:高考全部内容.



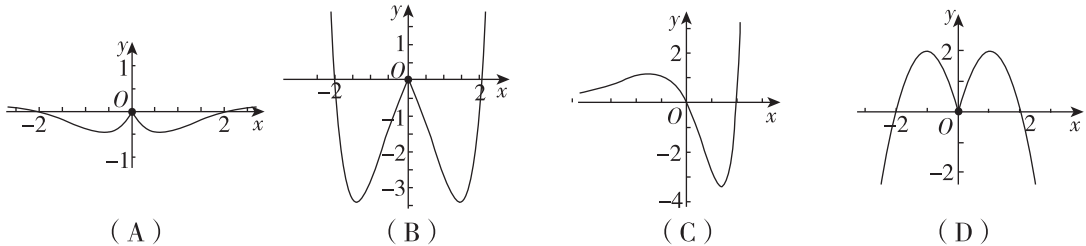
第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 已知集合 $A = \{x | 2^x > 2\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$
 (A) $[0, 1)$ (B) $(0, 2)$ (C) $(-\infty, 1]$ (D) $[0, 1]$
- (2) 已知 i 是虚数单位, $z(1 - \frac{1}{2}i) = \frac{1}{2}i$, 则复数 z 所对应的点位于
 (A) 第一象限 (B) 第二象限
 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- (3) 已知 O 为坐标原点, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 过右焦点 F 的直线 $l \perp x$ 轴, 交椭圆 C 于 A, B 两点, 且 $\triangle AOB$ 为直角三角形, 则椭圆 C 的离心率为
 (A) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (B) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$
- (4) 如图, 长方形内部的阴影部分为六个全等的小正三角形顶点连接组成的图形 T , 在长方形内随机取一点, 则此点取自阴影部分 T 的概率是
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$
 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$
- (5) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 4$, D 为 BC 上一点, 且 $BC = 3BD$, $AD = 2$, 则 BC 的长为
 (A) $\frac{\sqrt{42}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{42}}{2}$ (C) 4 (D) $\sqrt{42}$
- (6) 已知 $f(x) = a\sin 2x + b\cos 2x$ 的最大值为 $f(\frac{\pi}{12}) = 4$, 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍得到的函数解析式为
 (A) $y = 4\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ (B) $y = 4\sin(x + \frac{\pi}{3})$
 (C) $y = 4\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3})$ (D) $y = 4\sin(4x + \frac{\pi}{3})$
- (7) 如图为某几何体的三视图, 则该几何体的体积为
 (A) $\frac{2\pi-3}{3}$ (B) $\frac{2\pi-2}{3}$
 (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi-1}{3}$



(8) 函数 $f(x) = (x^2 - 2|x|)e^{|x|}$ 的图象大致为



(9) 已知 $a > b > 0, ab = 1$, 设 $x = \frac{b}{2^a}, y = \log_2(a+b), z = a + \frac{1}{b}$, 则 $\log_x 2x, \log_y 2y, \log_z 2z$ 的大小关系为

- (A) $\log_x 2x > \log_y 2y > \log_z 2z$ (B) $\log_y 2y > \log_z 2z > \log_x 2x$
(C) $\log_x 2x > \log_z 2z > \log_y 2y$ (D) $\log_y 2y > \log_x 2x > \log_z 2z$

(10) 执行如图所示的程序框图, 则输出的结果为

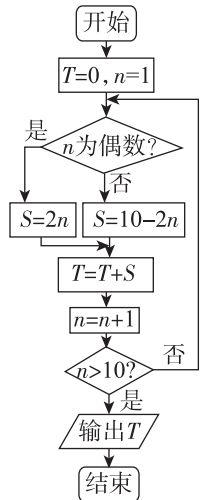
- (A) 31 (B) 39
(C) 47 (D) 60

(11) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内接于一个半径为 $\sqrt{3}$ 的球, 四边形 A_1ACC_1 与 B_1BCC_1 均为正方形, M, N 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, $C_1M = \frac{1}{2}A_1B_1$, 则异面直线 BM 与 AN 所成角的余弦值为

- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{30}}{10}$
(C) $\frac{7}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{70}}{10}$

(12) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{2x} - 1, & x > 0, \\ -x^2 - 2x - 2, & x \leq 0, \end{cases}$ 若 $|f(x)| \geq mx$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为

- (A) $[2 - 2\sqrt{2}, 2]$ (B) $[2 - 2\sqrt{2}, 1]$
(C) $[2 - 2\sqrt{2}, e]$ (D) $[2 - 2\sqrt{e}, e]$



第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知向量 $a = (2, 1), b = (m, -1)$, 且 $b \perp (2a - b)$, 则 $a \cdot b =$ _____.

(14) 若 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) + \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha) =$ _____.

(15) 已知圆 $M: x^2 + y^2 - 2ay = 0 (a > 0)$ 与直线 $x + y = 0$ 相交所得圆的弦长是 $2\sqrt{2}$, 若过点 $A(3, 0)$ 作圆 M 的切线, 则切线长为 _____.

(16) 某饮料厂生产 A, B 两种饮料. 生产 1 桶 A 饮料, 需该特产原料 100 公斤, 需时间 3 小时; 生产 1 桶 B 饮料, 需该特产原料 100 公斤, 需时间 1 小时, 每天 A 饮料的产量不超过 B 饮料产量的 2 倍, 每天生产两种饮料所需该特产原料的总量至多 750 公斤, 每天生产 A 饮料的时间不低于生产 B 饮料的时间, 每桶 A 饮料的利润是每桶 B 饮料利润的 1.5 倍, 若该饮料厂每天生产 A 饮料 m 桶, B 饮料 n 桶时 ($m, n \in \mathbb{N}^*$) 利润最大, 则 $m + n =$ _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

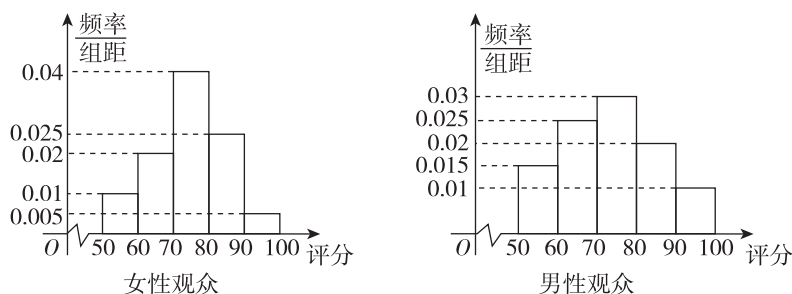
已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_3 a_7 = 32^2$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - n$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $c_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数,} \\ b_n, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(18)(本小题满分 12 分)

2019 年中央电视台在周日晚上推出的一档新的综艺节目,为了解节目效果,一次节目结束后,现随机抽取了 500 名观众(含 200 名女性)的评分(百分制)进行分析,分别得到如图所示的两个频率分布直方图.



(I) 计算女性观众评分的中位数与男性观众评分的平均分;

(II) 若把评分低于 70 分定为“不满意”,评分不低于 70 分定为“满意”.

(i) 试比较男观众与女观众不满意的概率,并说明理由;

(ii) 完成下列 2×2 列联表,并回答是否有 95% 的把握认为性别和对该综艺节目是否满意有关.

	女性观众	男性观众	合计
“满意”			
“不满意”			
合计			

$$\text{参考数据: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

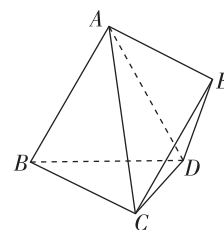
$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

(19)(本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $\triangle ABD$ 是等边三角形,平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , $BC \perp CD$, $BC = CD = \sqrt{2}$, E 为三棱锥 $A-BCD$ 外一点,且 $\triangle CDE$ 为等边三角形.

(I) 证明: $AC \perp BD$;

(II) 若 $AE \perp$ 平面 CDE ,求点 E 到平面 BCD 的距离.



(20)(本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ,圆 $O: x^2 + y^2 = 3$ 与抛物线 C 相交于 M, N 两点,且 $|MN| = 2\sqrt{2}$.

(I) 若 A, B, E 为抛物线 C 上三点,若 F 为 $\triangle ABC$ 的重心,求 $|\overrightarrow{FA}| + |\overrightarrow{FB}| + |\overrightarrow{FE}|$ 的值;

(II) 抛物线 C 上存在关于直线 $l: x - y - 2 = 0$ 对称的相异两点 P 和 Q ,求圆 O 上一点 G 到线段 PQ 的中点 H 的最大距离.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - \ln x$.

(I) 当 $1 < x < 2$ 时, 比较 $\frac{\ln x}{x}, (\frac{\ln x}{x})^2, \frac{\ln x^2}{x^2}$ 的大小;

(II) 当 $0 < m \leq \frac{1}{2}$ 时, 若方程 $f(x) = mx^2 - 2mx + m + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上有且只有一个解, 求 m 的值.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的题号右侧方框涂黑, 按所选涂题号进行评分; 多涂、多答, 按所涂的首题进行评分; 不涂, 按本选考题的首题进行评分.

(22)(本小题满分 10 分)【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知点 A, B, C 的极坐标分别为 $(4, \frac{\pi}{6}), (4, \frac{5\pi}{6}), (4, \frac{3\pi}{2})$, 且 $\triangle ABC$ 的顶点都在圆 C_2 上, 将圆 C_2 向右平移 3 个单位长度后, 得到曲线 C_3 .

(I) 求曲线 C_3 的直角坐标方程;

(II) 设 $M(1, 1)$, 曲线 C_1 与 C_3 相交于 P, Q 两点, 求 $|MP| \cdot |MQ|$ 的值.

(23)(本小题满分 10 分)【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |3x - 1| + |x - 2|$.

(I) 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(II) 若 $m > 1, n > 1$, 对 $\forall x \in \mathbf{R}$, 不等式 $3\log_2 m \cdot \log_2 n \geq \frac{5}{f(x)}$ 恒成立, 求 mn 的最小值.