百强名校2020届高三下学期3月考

数学（文）卷

第Ⅰ卷（选择题，共60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1.已知集合 $A=\{x\mid x^2+x-6<0\}$，$B=(-2,2)$，则 $C_A B=$

A. $(-3,-2)$　　B. $(-3,-2]$　　C. $(2,3)$　　D. $[2,3)$

2.复数 $z=\dfrac{(a+2i)(-1+i)}{i}(a\in R)$ 为纯虚数，则 a=（　　）

A. －2　　B. 1

C. 2　　D. -1

3.已知命题 p：角 α 的终边在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，命题 q：$\alpha=k\pi+\dfrac{\pi}{3}\left(k\in Z\right)$，那么 p 是 q 的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

4.若 $a>1, 0<c<b<1$，则下列不等式不正确的是（ ）

A. $\log_{2019}a>\log_{2019}b$　　B. $\log_c a>\log_b a$

C. $\left(c-b\right)a^c>\left(c-b\right)a^b$　　D. $\left(a-c\right)a^c>\left(a-c\right)a^b$

5.已知两个非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $2\vec{a}+\vec{b}=\left(4,5\right)$，$\vec{a}-2\vec{b}=\left(-3,5\right)$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的值为（　　）

A. 1　　B. －1　　C. 0　　D. －2

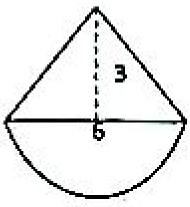
6.已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 是首项为 $a_1=2$，公比 $q=2$ 的等比数列，且 $b_n=a_n+a_{n+1}$.若数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_n=$（　　）

A. $3\cdot 2^n-3$　　B. $3\cdot 2^{n+1}-3$　　C. $3\cdot 2^n$　　D. $3\cdot 2^{n+1}-6$

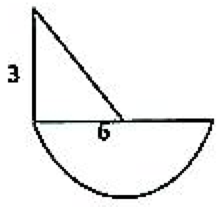
7.已知 a，$b\in R$，不等式组 $\begin{cases}-1\le a\le 1\\-1\le b\le 1\end{cases}$ 表示的平面区域为 M，不等式组 $\begin{cases}a-2b\le 2\\a-2b\ge -2\end{cases}$ 表示的平面区域为 N.在平面区域 M 内有一粒豆子随机滚动，则该豆子始终滚不出平面区域 N 的概率是（　　）

A. $\dfrac{7}{8}$　　B. $\dfrac{6}{7}$　　C. $\dfrac{8}{9}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

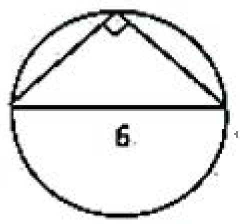
8.如图所示，是某几何体的正视图（主视图），侧视图（左视图）和俯视图，其中俯视图为等腰直角三角形，则该几何体体积为（　　）



正视图



侧视图



俯视图

A. $6+20\pi$　　　　B. $9+16\pi$　　　　C. $9+18\pi$　　　　D. $6+\dfrac{20}{3}\pi$

9.已知$f\left(x\right)$是定义在R上的奇函数，当$x\geq 0$时，$f\left(x\right)=2^{x}-1$，若$f\left(6-a^{2}\right)>f\left(-a\right)$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,-2\right)\cup\left(3,+\infty\right)$　　B. $\left(-3,2\right)$　　C. $\left(-2,3\right)$　　D. $\left(-\infty,-3\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

10.已知双曲线C_1：$\dfrac{x^2}{m^2+1}-\dfrac{y^2}{4-2m}=1$，当双曲线$C_1$的焦距取得最小值时，其右焦点恰为抛物线$C_2$：$y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点、若$A$、$B$是抛物线$C_2$上两点，$\left|AF\right|+\left|BF\right|=8$，则$AB$中点的横坐标为（　　）

A. $\dfrac{3}{2}$　　　　B. 2　　　　C. $\dfrac{5}{2}$　　　　D. 3

11.已知ΔABC的三个内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，$B=\dfrac{\pi}{3}$，$b=6$，且$a+c=6\sqrt{2}$，则锐角A的大小为（　　）

A. $\dfrac{2\pi}{5}$　　　　B. $\dfrac{2\pi}{7}$　　　　C. $\dfrac{5\pi}{12}$　　　　D. $\dfrac{\pi}{12}$

12.已知函数$f\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}x^2-a\ln x+\left(a+1\right)x$（其中$a>1$），则函数$f\left(x\right)$零点的个数为（　　）个

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.设函数 $f\left(x\right)=\dfrac{ax}{\cos x}-x\left(a\in R\right)$，若 $f\left(2019\right)=\sqrt{2}$，则 $f\left(-2019\right)=$______.

14.$\dfrac{9}{\sin^2\alpha}+\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ 的最小值为______.

15.已知四面体 $M-DEF$ 中，$\angle DEF=\dfrac{\pi}{3}$，$DF=2\sqrt{3}$，$ME\perp DE$，$ME\perp EF$，$ME=4$，则该四面体的外接球的体积为______.

16.在 ΔABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.ΔABC 的面积 $S=\dfrac{1}{4}\left(a^2+c^2\right)$，若 $\sin^2 B=\sqrt{2}\sin A\sin C$，则角 B 的值为______.

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.已知 $\left\{a_n\right\}$ 为等比数列，且各项均为正值，$a_2=\dfrac{1}{16}$，$a_4a_6=16a_3a_9$.

（1）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式;

（2）若 $b_n=\log_4 a_n$，数列 $\left\{\dfrac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_n.

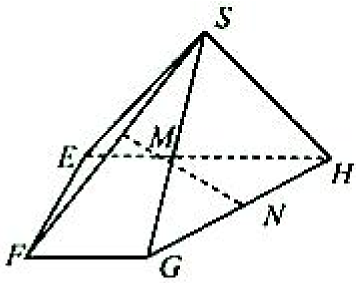
18.某气象站统计了 4 月份甲、乙两地的天气温度（单位℃），统计数据的茎叶图如图所示，

甲地		乙地
8 7	0	8 9
3 2 0	1	0 1 2

（1）根据所给茎叶图利用平均值和方差的知识分析甲，乙两地气温的稳定性；

（2）气象主管部门要从甲、乙两地各随机抽取一天的天气温度，若甲、乙两地的温度之和大于或等于 20℃，则被称为“甲、乙两地往来温度适宜天气”，求“甲、乙两地往来温度适宜天气”的概率.

19.在四棱锥 $S-EFGH$ 中，$EF\perp EH$，$EH\parallel FG$，$EH=2FG=2EF=4$，$SH=SE=2\sqrt{2}$，平面 $SEH\perp$ 平面 $EFGH$，M，N 分别为 SF，GH 的中点.



（1）求证：$MN//$ 平面 SEH；

（2）求 E 到平面 SGH 的距离.

20.已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且圆 $x^2+y^2=2$ 过椭圆 C 的上，下顶点.

（1）求椭圆 C 的方程.

（2）若直线 l 的斜率为 $\dfrac{1}{2}$，且直线 l 交椭圆 C 于 P、Q 两点，点 P 关于点的对称点为 E，点 $A\left(-2,1\right)$ 是椭圆 C 上一点，判断直线 AE 与 AQ 的斜率之和是否为定值，如果是，请求出此定值：如果不是，请说明理.

21.已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-x$.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程；

（2）若函数 $h\left(x\right)=\lambda f\left(x\right)+\dfrac{1}{2}x^2$ 只有一个极值点，求实数 λ 的取值范围；

（3）若函数 $h\left(x\right)=\lambda f\left(x\right)+\dfrac{1}{2}x^2$（其中 $\lambda>4$）有两个极值点，分别为 x_1，x_2，且 $k>\dfrac{h\left(x_1\right)+h\left(x_2\right)}{x_1+x_2}$ 在区间 $\left(0,+\infty\right)$ 上恒成立，证明：不等式 $k\geq\ln 4-3$ 成立.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答.注意：只能做所选定的题目.如果多做，则按所做第一个题目计分.

22.平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}t\\ y=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

（1）求直线 l 的极坐标方程及曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若 $A\left(\rho_1,\alpha\right)$ 是直线 l 上一点，$B\left(\rho_2,\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 是曲线 C 上一点，求 $\dfrac{|OB|}{|OA|}$ 的最大值.

23.设函数 $f\left(x\right)=\left|x-a\right|+\left|2x+\dfrac{1}{a}\right|$（$x\in\mathbf{R}$，实数 $a>0$）.

（1）若 $f\left(0\right)<\dfrac{10}{3}$，求实数 a 的取值范围；

（2）求证：$f\left(x\right)\geq\sqrt{2}$.