百强名校2020届高三下学期3月考
理科数学测试题

（本试卷满分 150 分，考试用时 120 分钟）

第Ⅰ卷（选择题）

一、单选题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,3,4\}$，则集合 $A\cap C_U B$ 是(　　)

A．$\{1,3,5,6\}$　　B．$\{1,3,5\}$　　C．$\{1,3\}$　　D．$\{1,5\}$

2．已知复数 z 满足 $z(1-i)=3+i$（i 为虚数单位),则复数 $z=$（　）

A．$1+2i$　　B．$1-2i$　　C．$2+i$　　D．$2-i$

3．等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，已知向量 $\vec{a}=(a_4,a_5)$，$\vec{b}=(a_7,a_6)$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$，则 $\log_2 a_1+\log_2 a_2+\ldots+\log_2 a_{10}=$(　　)

A．12　　B．10　　C．5　　D．$2+\log_2 5$

4．下列四个命题：

①函数 $f(x)=cosxsinx$ 的最大值为 1；

②"$\forall x\in R$，$x^3-x^2+1\le 0$"的否定是"$\exists x_0\in R, x^3-x^2+1>0$"；

③若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，则有 $sinA+sinB+sinC>cosA+cosB+cosC$；

④"$a\le 0$"是"函数 $f(x)=|x^2-ax|$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递增"的充分必要条件.

其中错误的个数是(　　)

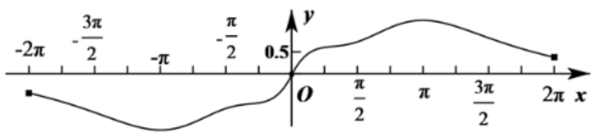
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

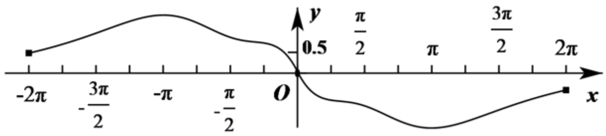
5．在锐角 ΔABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $\sin^2 C-\cos^2 C=\frac{1}{2}$，则下列各式正确的是（　　）

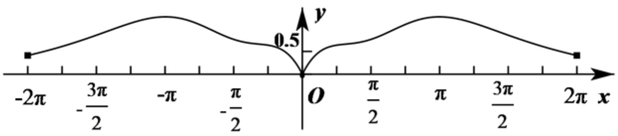
A．$a+b=2c$　　B．$a+b\le 2c$

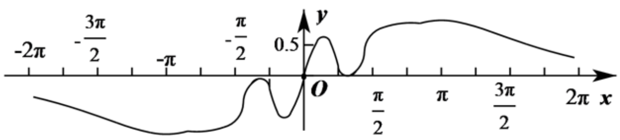
C．$a+b<2c$　　D．$a+b\ge 2c$

6．函数 $f(x)=\dfrac{\sin 2x+x^3}{e^{|x|}}$ 在 $[-2\pi,2\pi]$ 上的图象大致为（　　）

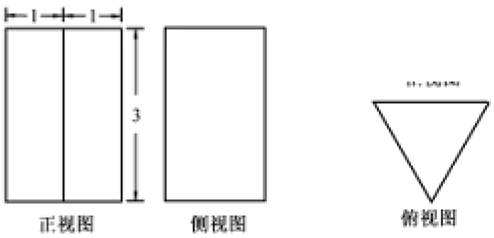
A. 

B. 

C. 

D. 

7．某简单几何体的三视图（俯视图为等边三角形）如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm³）为



A．18　　B．$6\sqrt{3}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

8．已知正方形$ABCD$的边长为2，以B为圆心的圆与直线AC相切.若点P是圆B上的动点，则$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AP}$的最大值是（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$4\sqrt{2}$　　C．4　　D．8

9．已知函数$f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)+1$（$\omega>1$，$|\varphi|\le\dfrac{\pi}{2}$），其图像与直线$y=-1$相邻两个交点的距离为$\pi$，若$f\left(x\right)>1$对于任意的$x\in\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right)$恒成立，则$\varphi$的取值范围是

A$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{3}\right]$　　B$\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{2}\right]$　　C$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}\right]$　　D$\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$

10．已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P$为椭圆上不同于左、右顶点的任意一点，$I$为$\Delta PF_1F_2$的内心，且$S_{\Delta IPF_1}=\lambda S_{\Delta IF_1F_2}-S_{\Delta IPF_2}$，若椭圆的离心

率为e，则$\lambda=$（　　）

A. $\dfrac{1}{e}$　　B. $\dfrac{2}{e}$　　C. e　　D. $2e$

11．已知椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的右焦点$F$是抛物线$y^2=2px\,(p>0)$的焦点，则过$F$作倾斜角为$60°$的直线分别交抛物线于$A,B$（$A$在$x$轴上方）两点，则$\dfrac{|AF|}{|BF|}$的值为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12．已知定义在R上的偶函数$f(x)$满足$f(1+x)=f(1-x)$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=x$．函数$g(x)=e^{-|x-1|}(-1<x<3)$，则$f(x)$与$g(x)$的图象所有交点的横坐标之和为（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

第 II 卷（非选择题）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在题中的横线上。

13.已知x,y满足条件$\begin{cases}x+y-2\le 0\\ x-2y-2\le 0\\ 2x-y+2\ge 0\end{cases}$，若目标函数$z=-ax+y$取得最大值的最优解不唯一，则实数$a$的值为__________.

14．函数$f(x)=\sqrt{x}\ln x+a$的图象在$x=1$处的切线被圆$C: x^2+y^2-2x+4y-4=0$截得弦长为 2，则实数 a 的值为________.

15．已知$(1+2x)^6$展开式的二项式系数的最大值为a，系数的最大值为b，则$\dfrac{b}{a}=$___________.

16．平行四边形$ABCD$中，$\triangle ABD$是腰长为2的等腰直角三角形，$\angle ABD=90°$，现将$\triangle ABD$沿BD折起，使二面角$A-BD-C$大小为$\dfrac{2\pi}{3}$，若A,B,C,D四点在同一球面上，则该球的表面积为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17-21 题为必做题,每个考生都必须作答.第 22/23 题为选考题，考生根据要求作答.

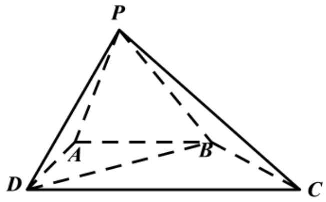
（一）必考题：共 60 分

17．已知$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c.

（1）若$B=\dfrac{\pi}{3}$，$b=\sqrt{7}$，$\triangle ABC$的面积$S=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，求$a+c$值；（6 分）

（2）若 $2\cos C(\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})=c^2$，求角 C.（6 分）

18.（12 分）如图,四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB//DC$，$\angle ADC=\frac{\pi}{2}$，$AB=AD=\frac{1}{2}CD=2$，$PD=PB=\sqrt{6}$， $PD\perp BC$．



（1）求证：平面 $PBD\perp$ 平面 PBC；（4 分）

（2）在线段 PC 上是否存在点 M，使得平面 ABM 与平面 PBD 所成锐二面角为 $\frac{\pi}{3}$？若存在，求 $\frac{CM}{CP}$ 的值；若不存在，说明理由．(8 分）

19．近来天气变化无常，陡然升温、降温幅度大于 $10°C$ 的天气现象出现增多.陡然降温幅度大于 $10°C$ 容易引起幼儿伤风感冒疾病.为了解伤风感冒疾病是否与性别有关，在某妇幼保健院随机对人院的 100 名幼儿进行调查,得到了如下的列联表,若在全部 100 名幼儿中随机抽取 1 人，抽到患伤风感冒疾病的幼儿的概率为 $\frac{2}{5}$，

(1)请将下面的列联表补充完整;（3 分）

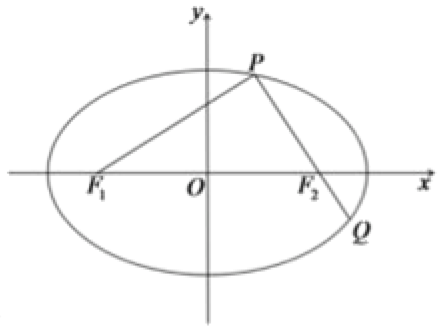
	患伤风感冒疾病	不患伤风感冒疾病	合计
男		25	
女	20		
合计			100

(2)能否在犯错误的概率不超过 0.1 的情况下认为患伤风感冒疾病与性别有关?说明你的理由;（3 分）

(3)已知在患伤风感冒疾病的 20 名女性幼儿中,有 2 名又患黄疸病.现在从患伤风感冒疾病的 20 名女性中,选出 2 名进行其他方面的排查,记选出患黄疸病的女性人数为 X ,求 X 的分布列以及数学期望.下面的临界值表供参考:（6 分）

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.076	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$，其中$n=a+b+c+d$.



20．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，过$F_2$的一条直线交椭圆于$P$、$Q$两点，若$\Delta PF_1F_2$的周长为$4+4\sqrt{2}$，且长轴长与短轴长之比为$\sqrt{2}:1$.

(1)求椭圆C的方程；（4 分）

(2)若$\left|\overrightarrow{F_1P}+\overrightarrow{F_2Q}\right|=\left|\overrightarrow{PQ}\right|$，求直线$PQ$的方程.（8 分）

21．已知函数$f\left(x\right)=e^x-\cos x$.

（1）求$f\left(x\right)$在点$\left(0,f\left(0\right)\right)$处的切线方程；（4 分）

（2）求证：$f\left(x\right)$在$\left(-\dfrac{\pi}{2},+\infty\right)$上仅有 2 个零点.（8 分）

（二）选考题：共 10 分.请考生在 22,23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.（10 分）在平面直角坐标系 *xoy* 中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=1+cos\alpha\\ y=sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，点 A 为曲线C_1上的动点，点 B 在线段 OA 的延长线上，且满足$|OA|\cdot|OB|=8$，点 B 的轨迹为C_2.

（1）求曲线C_1，C_2的极坐标方程；（5 分）

（2）设点 *M* 的极坐标为$(2,\dfrac{\pi}{2})$，求$_\triangle ABM$面积的最小值。（5 分）

23．选修 4－5：不等式选讲

设$f(x)=|x+2|+|2x-1|-m$.

（1）当 m=5 时，解不等式$f(x)\ge 0$；（5 分）

（2）若$f(x)\ge\dfrac{3}{2}$对任意$x\in R$恒成立，求实数 m 的取值范围.（5 分）