数学试题(文科)

（满分 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2．作答时，务必将答案写在答题卡上，写在试卷及草稿纸上无效.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题列出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-3<x<0\}$，$B=\left\{x\left|\frac{x-2}{x+1}\geq 0\right.\right\}$，则 $A\cap B=$

（A）$(-1,0)$　　（B）$[-2,0)$　　（C）$(-3,-1)$　　（D）$(-3,-1]$

2. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(2,3)$，$\overrightarrow{BC}=(1,t\text{-}3)$，$\overrightarrow{AB}$ // $\overrightarrow{AC}$，则 t＝

（A）$\frac{3}{2}$　　（B）$\frac{9}{2}$　　（C）$\frac{7}{3}$　　（D）$\frac{11}{3}$

3. 设 a＝$\log_3 6$，b＝$\log_3 10$，c＝e^{-2}，则

（A）$b>a>c$　　（B）$b>c>a$　　（C）$a>c>b$　　（D）$a>b>c$

4. 函数 $f(x)=x^3-x^2-4x$ 的一个零点所在的区间为

（A）(1, 2)　　（B）(0, 1)　　（C）(-1, 0)　　（D）(-2, -1)

5. 2019 年 11 月 2 日，成都市青羊区开展了 5 种不同类型的 “垃圾分类，大家给力”社会服务活动，其中有 3 种活动在上午开展，2 种活动在下午开展 .若小王参加了两种活动, 则分别安排在上、下午的概率为

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{3}{10}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{3}{5}$

6. 已知 F 是双曲线 C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 的左焦点，则以 F 为圆心且与渐近线相切的圆的方程为

（A）$(x-\sqrt{7})^2+y^2=3$　　（B）$(x+\sqrt{7})^2+y^2=3$

（C）$(x-1)^2+y^2=4$　　（D）$(x+1)^2+y^2=4$

7. 设 $f(x)=\frac{1}{4^x+1}-\frac{1}{2}$，$x\in\mathbf{R}$,则

（A）$f(x)$为偶函数且在（0，+∞）上单调递减　（B）$f(x)$为偶函数且在（0，+∞）上单调递增

（C）$f(x)$为奇函数且在（0，+∞）上单调递减　（D）$f(x)$为奇函数且在（0，+∞）上单调递增

8. 设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，$a>b>0$，点 A，B 为 C 的左，右顶点，点 P 为 C 上一点，若 $\angle APB$＝120°，则 C 的离心率的最小值为

（A）$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（C）$\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{1}{2}$

9. 过球的一条半径的中点，作与该半径所在直线成 30° 的平面，则所得截面的面积与球的表面积的比为

（A）$\frac{15}{256}$　　（B）$\frac{45}{256}$　　（C）$\frac{15}{64}$　　（D）$\frac{45}{64}$

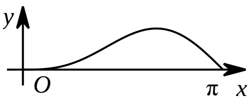
10. 若函数 $f(x)=e^x-ax$ 与 x 轴相切，则实数 a＝

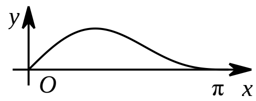
（A）-1　　　　（B）0　　　　（C）1　　　　（D）e

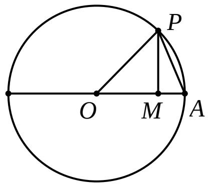
11. 设 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且 $\frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}=\frac{1+\cos\beta}{\sin\beta}$，则

（A）$2\alpha-\beta=\pi$　　（B）$2\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　（C）$2\alpha+\beta=\pi$　　（D）$2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

12. 如图，圆 O 的半径为 1，A 是圆上的定点，P 是圆上的动点，角 x 的始边为射线 OA，终边为射线 OP，过点 P 作直线 OA 的垂线，垂足为 M，将△AMP 的面积表示为 x 的函数 $f(x)$，则

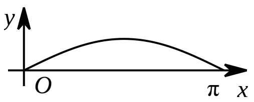


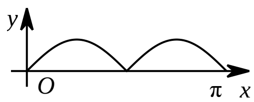




$y=f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上的图象大致为

一、　　　　　　　　（B）





（C）　　　　　　　　（D）

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分.

13. 设 i 为虚数单位，则 $i^6=$_______.

14.函数 $y=\tan^2 x-2\tan x+3$，$x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$的最小值为_______.

15.在四边形 $ABCD$ 中,∠ABC=∠BCD=120°,CD=3AB=3BC=$3\sqrt{3}$,则 AD 的长度为________.

16.在四面体 $ABCD$ 中，DA⊥底面 ABC，侧面 ABD⊥侧面 BCD，BD=BC=2,，三个侧面△DAB、△DBC、△DCA 的面积的平方和为8，则∠ADB=_______.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

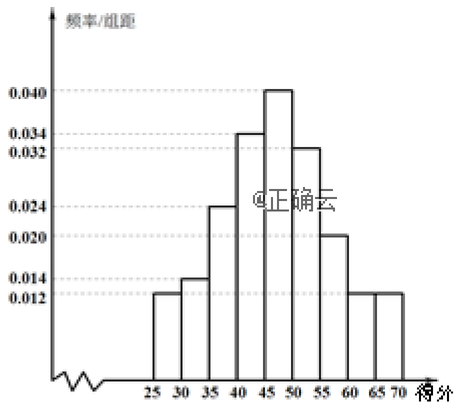
（一）必考题：共 60 分.

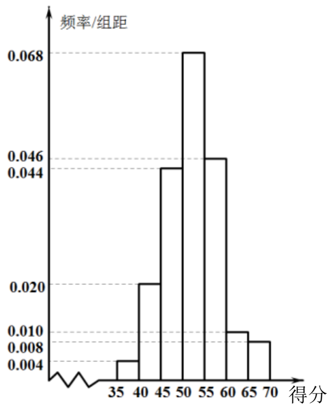
17．(12 分)设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=\frac{1}{2}(n^2+n)$ $(n\in N^*)$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

（2）设 $b_n=a_n\cdot 2^{a_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

18. (12 分)第 32 届夏季奥林匹克运动会（英语：Games of the XXXII Olympiad）又称 2020 年东京奥运会.2013 年 9 月 7 日雅克·罗格宣布 2020 年奥运会的主办城市是东京,东京申办成功后，成为继巴黎（法国）、伦敦（英国）、洛杉矶（美国）和雅典（希腊）后的世界第 5 个至少两次举办夏季奥运会的城市，同时也是亚洲第一个.2018 年 7 月 22 日，东京奥组委公布 2020 年东京奥运会吉祥物名字，蓝色吉祥物被命名为 Miraitowa，寓意未来和永恒.现从甲，乙两所学校各随机抽取了100 名高三的学生参加了奥运知识测评（满分70 分），其中成绩不低于50 分的记为“优秀”.根据测试成绩，学生的分数（单位：分）频率分布直方图如下（左图为甲校的，右图为乙校的）：





（1）根据频率分布直方图估计乙校学生成绩的中位数.（结果保留两位小数）

（2）填写下面列联表，并根据列联表判断是否有 99%的把握认为学生测试成绩是否优秀与他所在学校有关：

	非优秀	优秀	合计
甲校			
乙校			
合计			

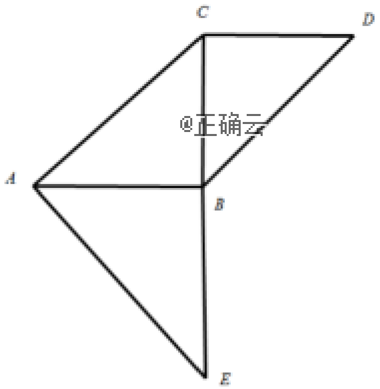
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2>k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

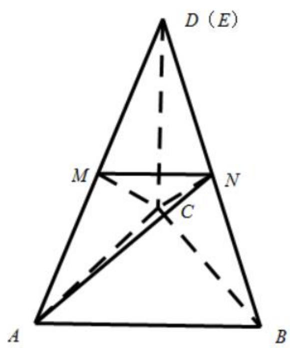
19．(12 分)图 1 是由△ABC,△BCD 和△ABE 组成的一个平面图形，其中 $AB=BC=CD=2$，$BE=2\sqrt{2}$，$\angle ABC=\angle ABE=\angle BCD=90°$，将其沿 AB， BC 折起，使得 BD 与 BE 重合，连接 AD，如图 2.

（1）证明：图 2 中 $CD\perp$ 面 ABC；

（2）图 2 中,M ,N 分别为 AD , BD 的中点，求四面体 $AMCN$ 的体积.



（图 1）



（图 2）

20. (12 分)已知抛物线 $C:y^2=4x$，设 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$ 为曲线 C 上不同的两点， $M(4,4)$，且 $|AF|,|MF|,|BF|$ 成等差数列.

（1）求 x_1+x_2 的值；

（2）当 AB 的斜率为 1 时，求△FAB 的面积.

21. (12 分)已知函数 $f(x)=\ln x$（ $x>0$ ）.

（1）证明： $f(x)\le x-1$，并说明等号成立的条件；

（2）设 $g(x)=xf(x)-a(x-1)$，是否存在实数 a，使得 $g(x)\ge 0$ 在其定义域恒成立？若存在，求出所有满足条件的实数 a 的集合；若不存在，说明理由；

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分.

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直线坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2t^2 \\ y = 2t \end{cases}$ (t 为参数)，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$.

(1)写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

(2)设点 P 在 C_1 上，点 Q 在 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时 P 的直角坐标.

23．[选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

设 $a > 0$，$b > 0$ 且 $a^2 + b^2 = 4$.

（1）证明：$a^6 + b^6 \geq 16$；

（2）求 $ab - a - b$ 的最大值.