绝密★启用前

2020届高三质量检测

数 学 （ 理 科 ） 试 卷

（完卷时间 120 分钟；满分 150 分）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分．第Ⅰ卷 1 至 2 页，第Ⅱ卷 3 至 5 页．满分 150 分．

第 Ⅰ 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.已知集合$U=\{x|x<5\}$，$A=\{x|3^x\le 27\}$，则$\complement_U A=$

A．$\{x|x\le 3\}$　　B．$\{x|x<5\}$　　C．$\{x|3<x<5\}$　　D．$\{x|x\le 0或3<x<5\}$

2.已知复数z满足$z-\overline{z}=0$，且$z\cdot\overline{z}=9$，则$z=$

A．3　　B．3i　　C．±3　　D．±3i

3.已知两个力$\boldsymbol{F}_1=(4,2)$，$\boldsymbol{F}_2=(-2,3)$作用于平面内某静止物体的同一点上，为使该物体仍保持静止，还需给该物体同一点上再加上一个力$\boldsymbol{F}_3$，则$\boldsymbol{F}_3=$

A．$(-2,-5)$　　B．$(2,5)$　　C．$(-5,-2)$　　D．$(5,2)$

4.已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_2+a_4=2(a_1+a_3)$，且$a_1a_3a_5=512$，则$S_{10}=$

A.1022　　B.2046　　C. 2048　　D. 4094

5.如图 1 为某省 2019 年 1~4 月快递业务量统计图，图 2 是该省 2019 年 1~4 月快递业务收入统计图，下列对统计图理解错误的是

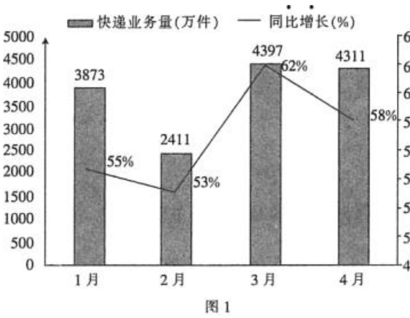


图 1

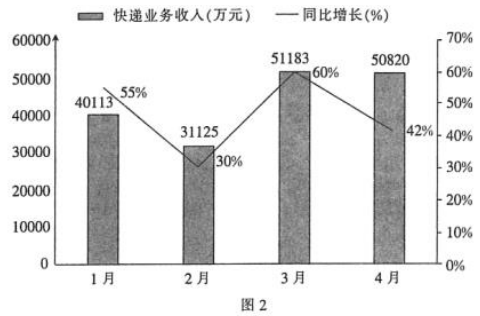


图 2

A．2019 年 1~4 月的业务量，3 月最高，2 月最低，差值接近 2000 万件

B．2019 年 1~4 月的业务量同比增长率超过 50%，在 3 月最高

C．从两图来看 2019 年 1~4 月中的同一个月快递业务量与收入的同比增长率并不完全一致

D．从 1~4 月来看，该省在 2019 年快递业务收入同比增长率逐月增长

6.已知$f(x)=x^2+2xf'(2)$，则曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为

A．$4x-y+9=0$　　B．$6x+y-1=0$

C．$10x-y-1=0$　　D．$6x+y+1=0$

7.若$(1-2x)(1+ax)^4$展开式中x^2的系数为78，则整数a的值为

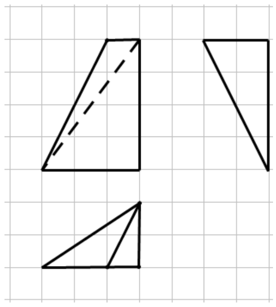
A．-3　　B．-2　　C．2　　D．3

8.已知函数$f(x)=e^{-x}-e^{x}$，若$a=0.6^{-0.5}$，$b=\log_{0.5}0.6$，$c=\log_{0.6}5$，则

A．$f(a)<f(b)<f(c)$　　B．$f(c)<f(b)<f(a)$

C．$f(b)<f(a)<f(c)$　　D．$f(c)<f(a)<f(b)$

9.如图，网格纸上的小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为



A. 4　　B. $\dfrac{16}{3}$

C. $\dfrac{32}{3}$　　D. 16

10.将曲线$y=\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{4}\right)+1$向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度，得到曲线的对称中心为

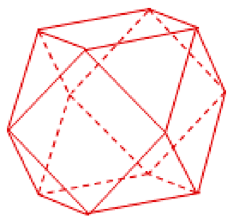
A. $(2k\pi,0),k\in\mathbf{Z}$　　B. $\left(2k\pi+\dfrac{\pi}{4},0\right),k\in\mathbf{Z}$

C. $\left(2k\pi+\dfrac{\pi}{4},1\right),k\in\mathbf{Z}$　　D. $\left(2k\pi+\dfrac{5\pi}{4},1\right),k\in\mathbf{Z}$

11.已知双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F$的坐标为$(c,0)$，过$F$作与$E$的两条渐近线平行的直线$l_1,l_2$，若$l_1,l_2$与$E$的渐近线分别交于$A,B$两点，且四边形$OAFB$（$O$为坐标原点）的面积为$bc$，则$E$的离心率为

A．3　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

12.半正多面体亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形为面的多面体，体现了数学的对称美．如图，将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，如此共可截去八个三棱锥，得到一个有十四个面的半正多面体，它们的棱长都相等，其中八个为正三角形，六个为正方形，称这样的半正多面体为二十四等边体.若棱长为2的二十四等边体的各个顶点都在同一个球面上，则该球的表面积为



A．16π　　B．$\dfrac{32\pi}{3}$　　C．8π　　D．4π

第Ⅱ卷

注意事项：

用0.5毫米黑色签字笔在答题卡上书写作答．在试题卷上作答，答案无效．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在题中的横线上．

13.已知$3\sin\alpha\cdot\tan\alpha+8=0,\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，则$\tan\alpha=$______.

14.某电视台的夏日水上闯关节目中的前三关的过关率分别为$\dfrac{5}{6},\dfrac{4}{5},\dfrac{2}{5}$，只有通过前一关才能进

入下一关，且通过每关相互独立．某选手参加该节目，则该选手能进入第四关的概率为________.

15.已知等差数列$\left\{a_n\right\}$的前 n 项和为S_n，且$a_1+a_3=10$，$S_9=72$.数列$\left\{b_n\right\}$的首项为 3，且

$b_nb_{n+1}=-3$，则$a_{10}b_{2020}=$________.

16.过点$M\left(-1,0\right)$的直线l与抛物线C：$y^2=4x$交于A,B两点（A在M,B之间），F是C的焦

点，点N满足$\overrightarrow{NF}=6\overrightarrow{AF}$，则$\triangle ABF$与$\triangle AMN$的面积之和的最小值是______.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，设$\sqrt{7}\left(a\cos B+b\cos A\right)=ac$，且$\sin 2A=\sin A$.

（1）求 A 及 a；

（2）若$b-c=2$，求BC边上的高.

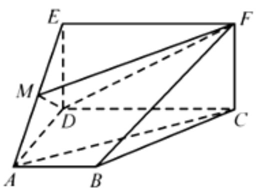
18. (本小题满分 12 分)

如图，四边形$ABCD$是梯形，四边形$CDEF$是矩形，且平面$ABCD\perp$平面$CDEF$，

$\angle BAD=\angle CDA=90°$，$AB=AD=DE=\dfrac{1}{2}CD=2$，$M$是$AE$的中点.

（1）证明：$AC\parallel$平面MDF；

（2）求平面DMF与平面$ABCD$所成锐二面角的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

2019 年 9 月 24 日国家统计局在庆祝中华人民共和国成立 70 周年活动新闻中心举办新闻发布会指出，1952 年～2018 年，我国 GDP 查 679.1 亿元跃升至 90.03 万亿元，实际增长 174 倍；人均 GDP 从 119 元提高到 6.46 万元，实际增长 70 倍.全国各族人民，砥砺奋进，顽强拼搏，实现了经济社会的跨越式发展.如图是全国 2010 年至 2018 年 GDP 总量y（万亿元）的折线图.

注：年份代码 1～9 分别对应年份 2010～2018.

（1）由折线图看出，可用线性回归模型拟合y与年份代码t的关系，请用相关系数加以说明；

（2）建立y关于t的回归方程（系数精确到 0.01），并预测 2021 年全国 GDP 的总量.

附注：

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{9}y_i=582.01,\overline{y}\approx 64.668,\sum\limits_{i=1}^{9}t_iy_i=3254.80,\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{9}\left(t_i-\overline{t}\right)^2\sum\limits_{i=1}^{9}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}\approx 345.900$.

参考公式：相关系数$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(t_i-\overline{t}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(t_i-\overline{t}\right)^2\sum\limits_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}$；

回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$中斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(t_i-\overline{t}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(t_i-\overline{t}\right)^2}$，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$过点$P\left(2,1\right)$，且离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求C的方程；

（2）已知直线l不经过点P，且斜率为$\dfrac{1}{2}$，若l与C交于两个不同点A,B，且直线PA,PB的倾斜角分别为α,β，试判断$\alpha+\beta$是否为定值，若是，求出该定值；否则，请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数$f\left(x\right)=\ln x-x+2\sin x$，证明：

（1）$f\left(x\right)$在区间$\left(0,\pi\right)$存在唯一极大值点；

（2）$f\left(x\right)$有且仅有 2 个零点.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22，23 两题中任选一题作答．如果多做，则按所做第一个题目计分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑．

22.（本小题满分 10 分）选修$4-4$：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=3-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t为参数)，在以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线C的方程为$\rho=4\cos\theta+6\sin\theta$.

（1）求C的直角坐标方程；

（2）设C与l交于点M，N，点A的坐标为$\left(3,1\right)$，求$\left|AM\right|+\left|AN\right|$.

23.（本小题满分 10 分）选修$4-5$：不等式选讲

已知函数 $f\left(x\right)=\left|2x-1\right|-\left|ax+1\right|$，

（1）当 $a=2$ 时，求不等式 $f\left(x\right)>1$ 的解集；

（2）当 $x\in\left(1,2\right)$ 时，不等式 $f\left(x\right)>1-x$ 成立，求实数 a 的取值范围.