

# 2020 届高三质量检测

## 文科数学试卷

(满分: 150 分 考试时间: 120 分钟)

本试题卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(必考题和选考题两部分).

### 第 I 卷(选择题共 60 分)

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 6 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | y = \ln(x-1)\}$ , 则  $A \cap B =$

- (A)  $\{x | 1 < x \leq 2\}$  (B)  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$  (C)  $\{x | 1 < x \leq 3\}$  (D)  $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$

(2) 已知复数  $z$  满足  $z(1+i) = |1-\sqrt{3}i|$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则在复平面内  $\bar{z}$  对应的点位于

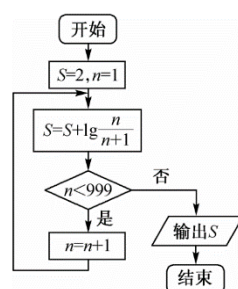
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(3) 已知圆  $C: (x+1)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ , 直线  $l: 3x+4y-2=0$ . 若圆  $C$  上恰有三个点到直线的距离为 1, 则  $r$  的值为

- (A) 2 (B) 3  
(C) 4 (D) 6

(4) 执行如图所示的程序框图, 则输出的  $S$  是

- (A) -3 (B) -1  
(C) 1 (D) 3



(第 4 题图)

(5) 甲、乙、丙、丁、戊五人乘坐高铁出差, 他们正好坐在同一排的 A、B、C、D、F 五个座位. 已知:

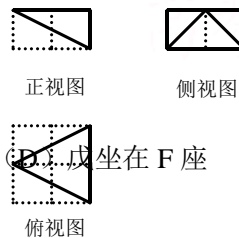
- (1) 若甲或者乙中的一人坐在 C 座, 则丙坐在 B 座;  
(2) 若戊坐在 C 座, 则丁坐在 F 座.

如果丁坐在 B 座, 那么可以确定的是:

- (A) 甲坐在 A 座 (B) 乙坐在 D 座 (C) 丙坐在 C 座

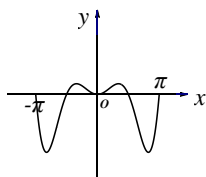
(6) 如图, 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 已知其俯视图是正三角形, 则该几何体的表面积是

- (A)  $2+2\sqrt{5}$  (B)  $4+2\sqrt{5}$  (C)  $2+3\sqrt{5}$  (D)  $4+3\sqrt{5}$

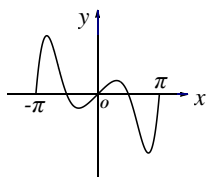


(第 6 题图)

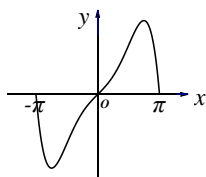
(7) 下列图象中, 函数  $f(x) = (e^x - e^{-x}) \sin x$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$  图象的是



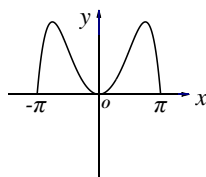
(A)



(B)



(C)



(D)

- (8) 已知  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{1 - \cos 2y}{\sin 2y}$ , 则

(A)  $y - x = \frac{\pi}{4}$  (B)  $2y - x = \frac{\pi}{4}$  (C)  $y - x = \frac{\pi}{2}$  (D)  $2y - x = \frac{\pi}{2}$

- (9) 将函数  $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象横坐标变成原来的  $\frac{1}{2}$  (纵坐标不变), 并向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位, 所得函数记为  $g(x)$ . 若  $x_1, x_2 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $x_1 \neq x_2$ , 且  $g(x_1) = g(x_2)$ , 则  $g(x_1 + x_2) =$

(A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C) 0 (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- (10) 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2,  $AC_1 \perp$  平面  $\alpha$ . 平面  $\alpha$  截此正方体所得的截面有以下四个结论:

①截面形状可能是正三角形

②截面的形状可能是正方形

③截面形状可能是正五边形

④截面面积最大值为  $3\sqrt{3}$

则正确结论的编号是

(A) ①④ (B) ①③ (C) ②③ (D) ②④

- (11) 若函数  $f(x) = \frac{|x|}{||x|-1|} - k$  有两个零点, 则  $k$  的取值范围是

(A)  $(0, +\infty)$  (B)  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$  (C)  $(0, 1)$  (D)  $(1, +\infty)$

- (12) 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点为  $F$ , 与双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一条渐近线交于  $P$  (异于原点). 抛物线的准线与另一条渐近线交于  $Q$ . 若  $|PQ| = |PF|$ , 则双曲线的渐近线方程为

(A)  $y = \pm x$  (B)  $y = \pm\sqrt{2}x$  (C)  $y = \pm\sqrt{3}x$  (D)  $y = \pm 2x$

## 第 II 卷 (非选择题共 70 分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题: 第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题~第 24 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知  $|\vec{a}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ,  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_

(14) 已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0, \\ 2x + y - 4 \geq 0, \\ x - 2y \leq 0, \end{cases}$  则  $x + 2y$  的最小值为\_\_\_\_\_

(15) 《九章算术》是我国古代数学名著，也是古代东方数学的代表作．书中有如下问题：“今有勾八步，股十五步．文勾中容圆径几何？”其意思是：“已知直角三角形两直角边长分别为 8 步和 15 步，问其内切圆的直径是多少？”现若向此三角形内投豆子，则落在其内切圆内的概率是\_\_\_\_\_

(16) 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $b = \sqrt{3}$ ,  $(2a - c)\cos B = \sqrt{3}\cos C$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值是\_\_\_\_\_

### 三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

据历年大学生就业统计资料显示：某大学理工学院学生的就业去向涉及公务员、教师、金融、公司和自主创业等五大行业.2020 届该学院有数学与应用数学、计算机科学与技术 and 金融工程等三个本科专业，毕业生人数分别是 70 人，140 人和 210 人.现采用分层抽样的方法，从该学院毕业生中抽取 18 人调查学生的就业意向.

(I) 应从该学院三个专业的毕业生中分别抽取多少人？

(II) 国家鼓励大学生自主创业，在抽取的 18 人中，就业意向恰有三个行业的学生有 5 人.为方便统计，将恰有三个行业就业意向的这 5 名学生分别记为  $A, B, C, D, E$ , 统计如下表:

	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
公务员	○	○	×	○	×
教师	○	×	○	×	○
金融	○	○	○	×	○
公司	×	×	○	○	○
自主创业	×	○	×	○	×

其中“○”表示有该行业就业意向，“×”表示无该行业就业意向.

现从  $A, B, C, D, E$  这 5 人中随机抽取 2 人接受采访.设  $M$  为事件“抽取的 2 人中至少有一人有自主创业意向”，求事件  $M$  发生的概率.

(18) (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 满足  $2a_n - S_n = 2$

(I) 求  $a_n$ ;

(II) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n = \frac{4a_n}{S_n S_{n+1}} (n \in N^*)$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

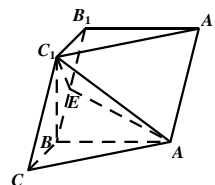
(19) (本小题满分 12 分)

在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 已知  $AB \perp$  侧面  $BB_1C_1C$ ,  $BC = \sqrt{2}$ ,  $AB = BB_1 = 2$ ,  $\angle BCC_1 = \frac{\pi}{4}$ ,

$E$  为  $BB_1$  中点,

(I) 求证:  $AC \perp BC_1$

(II) 求  $C$  到平面  $AC_1E$  的距离.



(20) (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 过原点的直线 (不与坐标轴重合) 与  $C$  交于  $P, Q$  两点, 且  $|PF| + |QF| = 4$

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 过  $P$  作  $PE \perp x$  轴于  $E$ , 连接  $QE$  并延长交椭圆于  $M$ , 求证: 以  $QM$  为直径的圆过点  $P$ .

(21) (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + mx^2$  ( $m \in R$ ) 的最大值是 0,

(I) 求  $m$  的值;

(II) 若  $f(x) \leq -\frac{1}{2e}x^2 + ax + b$ , 求  $\frac{b}{a}$  的最小值.

请考生在第 (22)、(23) 两题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做第一个题目计分, 作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 在以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C$  的方程为  $\rho = 4\cos\theta + 6\sin\theta$ .

(I) 求  $C$  的直角坐标方程;

(II) 设  $C$  与  $l$  交于点  $M, N$ , 点  $A$  的坐标为  $(3, 1)$ , 求  $|AM| + |AN|$ .

(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |2x - 1| - |ax + 1|$ ,

(I) 当  $a = 2$  时, 求不等式  $f(x) > 1$  的解集;

(II) 当  $x \in (1, 2)$  时, 不等式  $f(x) > 1 - x$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.