

数学(文)试题

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $\frac{1-2i}{z}=1+i$, 则 $|\bar{z}|=(\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

2. 已知全集为 R , 集合 $A=\{x|x^2+x-2<0\}$, $B=\{x|-x^2+x<0\}$, 则 $A\cup(C_R B)=(\quad)$

- A. $(-\infty, -2)\cup[1, +\infty)$ B. $(-\infty, 0]\cup(1, +\infty)$ C. $(-2, 1]$ D. $(-1, 1]$

3. 已知 $a=\log_{0.7} 0.8$, $b=\log_{1.1} 0.9$, $c=1.1^{0.9}$, 则 a, b, c 的大小关系是 $(\quad)$

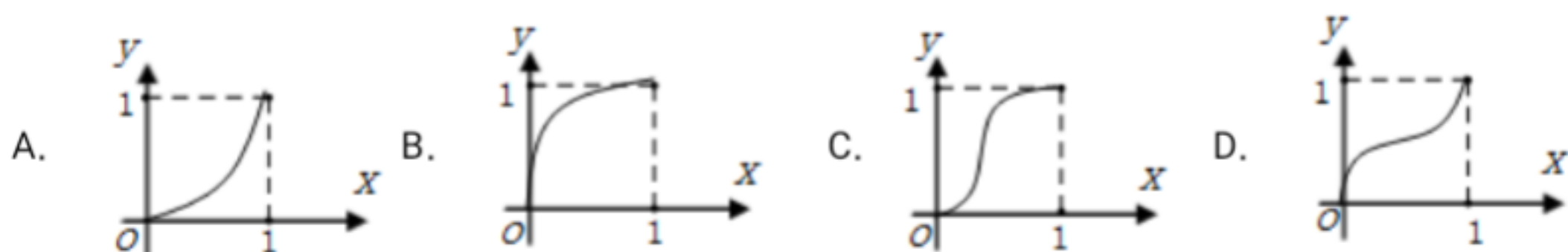
- A. $b<a<c$ B. $a<c<b$ C. $a<b<c$ D. $c<a<b$

4. 2014年6月22日, 卡塔尔首都多哈召开的第38届世界遗产大会上宣布: 中国大运河项目成功入选世界文化遗产名录, 成为中国第46个世界遗产项目. 随着对大运河的保护与开发, 大运河已成为北京城市副中心的一张亮丽的名片, 也成为众多旅游者的游览目的。今有一旅游团乘游船从奥体公园码头出发顺流而下至漕运码头, 又立即逆水返回奥体公园码头. 已知游船在顺水中的速度为 v_1 , 在逆水中的速度为 v_2 ($v_1 \neq v_2$),

则游船此次行程的平均速度 $\bar{v}$ 与 $\frac{v_1+v_2}{2}$ 的大小关系是 $(\quad)$

- A. $\bar{v} > \frac{v_1+v_2}{2}$ B. $\bar{v} = \frac{v_1+v_2}{2}$ C. $\bar{v} < \frac{v_1+v_2}{2}$ D. $\bar{v} \geq \frac{v_1+v_2}{2}$

5. 一给定函数 $y=f(x)$ 的图象在下列四个选项中, 并且对任意 $a_1 \in (0, 1)$, 由关系式 $a_{n+1}=f(a_n)$ 得到的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} < a_n$. 则该函数的图象可能是 $(\quad)$



6. 某工厂利用随机数表对生产的700个零件进行抽样测试, 先将700个零件进行编号, 001, 002, ..., 699, 700. 从中抽取70个样本, 下图提供随机数表的第4行到第6行, 若从表中第5行第6列开始向右读取数据, 则得到的第6个样本编号是 $(\quad)$

32 21 18 34 29	78 64 54 07 32	52 42 06 44 38	12 23 43 56 77	35 78 90 56 42
84 42 12 53 31	34 57 86 07 36	25 30 07 32 86	23 45 78 89 07	23 68 96 08 04
32 56 78 08 43	67 89 53 55 77	34 89 94 83 75	22 53 55 78 32	45 77 89 23 45

A. 623 B. 328 C. 253 D. 007

7. 把函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ 图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 再将图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 那么所得图象的一条对称轴方程为()

A. $x = -\frac{\pi}{2}$ B. $x = -\frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{8}$ D. $x = \frac{\pi}{4}$

8. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (m, 3)$, 若 $\vec{a} \perp (2\vec{a} - \vec{b})$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. 2

9. 执行如图的程序框图, 则输出 x 的值是()

A. 2018 B. 2019 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

10. 设 F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, O 为坐标原点, 过 F_2 的直线交双曲线的右支于点 P, N , 直线 PO 交双曲线 C 于另一点 M , 若 $|MF_2| = 3|PF_2|$, 且 $\angle MF_2N = 60^\circ$, 则双曲线 C 的离心率为()

A. 3 B. 2 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

11. 设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, 已知

$(b+c)\sin(A+C) = (a+c)(\sin A - \sin C)$, 设 D 是 BC 边的中点, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $\vec{AB} \cdot (\vec{DA} + \vec{DB})$ 等于()

A. 2 B. 4 C. -4 D. -2

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , 右焦点为 F , 以 A 点为圆心, AF 长为半径的圆与椭圆 C 相交于点 M , $|AM| = 2|MF|$, 则椭圆 C 的离心率为()

A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

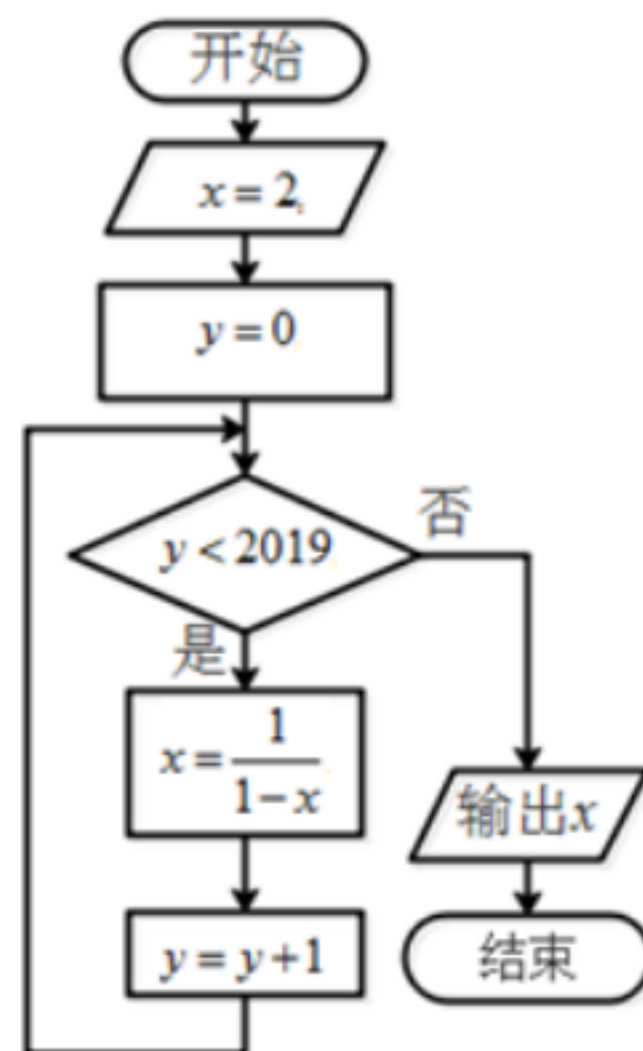
13. 曲线 $y - (x-2)e^x = 0$ 在点 $(0, -2)$ 处的切线方程为_____.

14. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_n = 2 - a_n$, 则 $S_5 =$ _____.

15. 函数 $y = \sin \frac{x}{2} \cdot \sin x$ 的最大值为_____.

16. 已知 $\angle ACB = 90^\circ$, P 为平面 ABC 外一点, $PC = 2$, 点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC, BC 的距离均为 $\sqrt{3}$, 那么 P 到平面 ABC 的距离为_____.

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都



必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. 某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式. 为比较两种生产方式的效率，选取40名工人，将他们随机分成两组，每组20人，第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式. 根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：



- (1) 根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；
- (2) 求40名工人完成生产任务所需时间的中位数 m ，并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

- (3) 根据(2)中的列联表，能否有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

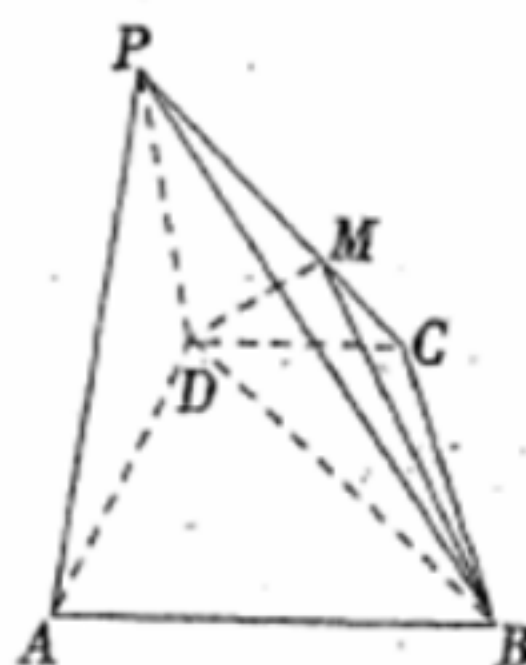
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_1 + 7a_2 + 12a_3 + \cdots + (5n-3)a_n = 4n$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式； (2) 求数列 $\left\{\frac{3^n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

19..如图所示，在四棱锥P-ABCD中，PD $\perp$ 平面ABCD, AB // DC, 已知 $BD = 2AD = 2PD = 8, AB = 2DC = 4\sqrt{5}$.

- (1) 设M是PC上一点，证明：平面MBD $\perp$ 平面PAD；
- (2) 若M是PC的中点，求三棱锥P-DMB的体积.



20. 已知函数 $f(x) = ax - \sin x - 1, x \in [0, \pi]$.

(1) 若 $a = \frac{1}{2}$, 求 $f(x)$ 的最大值;

(2) 当 $a \leq \frac{2}{\pi}$ 时, 求证: $f(x) + \cos x \leq 0$.

21. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$, 其焦点到准线的距离为 2, 直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 过 A, B 分别作抛物线 C 的切线 l_1, l_2 , l_1 与 l_2 交于点 M .

(I) 求 p 的值;

(II) 若 $l_1 \perp l_2$, 求 $\triangle MAB$ 面积的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + 5\cos\theta \\ y = -4 + 5\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以平面直角坐标系的原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 过点 $P(2, 0)$, 倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 与曲线 C 相交于 M, N 两点, 求 $\frac{1}{|PM|} + \frac{1}{|PN|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 4$, $g(x) = |x + 2| + |x - 2|$

(1) 当 $a = -4$ 时, 求不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集包含 $[2, 4]$, 求 a 的取值范围.