南阳一中2020年春期高三第十次考试答案（理数）

1-5. A D D D A　6-10. C C B D C　11-12. D B　13. D　14. 80　15. 42　16. $\frac{8\sqrt{14}}{3}$

1.【解析】不等式$|x-1|<1$成立，化为$-1<x-1<1$，解得$0<x<2$，

∴“$\frac{1}{2}<x<1$”是“不等式$|x-1|<1$成立”的充分条件．故选A.

2.【解析】∵$(1+a\mathrm{i})(2+\mathrm{i})=2-a+(2a+1)\mathrm{i}$，∴$2-a=0$，$2a+1\neq 0$，即$a=2$，故选D

3.【解析】由题得$\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)=\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2-1=-\frac{7}{8}$．故选D.

4.【解析】由题意，正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_5+2a_3a_7+a_5a_9=16$，可得$a_3^2+2a_3a_7+a_7^2=(a_3+a_7)^2=16$，即$a_3+a_7=4$，$a_5$与$a_9$的等差中项为4，即$a_5+a_9=8$，设公比为$q$，则$q^2(a_3+a_7)=4q^2=8$，则$q=\sqrt{2}$（负的舍去），故选D.

5.【解析】∵ $f(1)=-1$，∴舍去B，∵ $f(0)=\mathrm{e}-2\cos 1>0$，∴舍去D，

∵ $x>2$时，$f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-2\cos(x-1)$，∴ $f'(x)=\mathrm{e}^{x-1}+2\sin(x-1)\geq \mathrm{e}-2>0$，故选A.

6.【解析】依题意$|PF_2|=|F_1F_2|$，可知三角形PF_2F_1是一个等腰三角形，F_2在直线PF_1的投影是其中点，

由勾股定理知，可知$|PF_1|=2\sqrt{4c^2-4a^2}=4b$，根据双曲定义可知$4b-2c=2a$，整理得$c=2b-a$，代入$c^2=a^2+b^2$整理得$3b^2-4ab=0$，求得$\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$，∴双曲线渐进线方程为$y=\pm\frac{4}{3}x$，即$4x\pm 3y=0$．故选C.

7.【解析】∵ $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$，∴由$f(0)=1$，得$\sin\varphi=\frac{1}{2}$．又∵$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，∴$\varphi=\frac{\pi}{6}$，

∴ $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$．又∵ $f(x)$关于$x=\frac{4}{9}\pi$对称，∴$\omega\cdot\frac{4}{9}\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$\omega=\frac{3}{4}+\frac{9}{4}k$，令$k=1$，

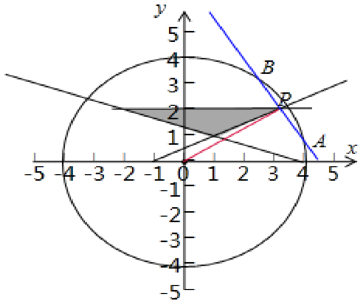
则$\omega=3$．故选C.

8.【解析】设向量$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{a}$的夹角为$\alpha$，∵$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，且$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=1$，

∴$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=(\boldsymbol{a})^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|^2+2|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\frac{\pi}{3}=4+2\times2\times1\times\frac{1}{2}=6$，

$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{(\boldsymbol{a})^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+(2\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{4+4\times2\times1\times\frac{1}{2}+4}=2\sqrt{3}$，

∴ $\cos\alpha=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|}=\dfrac{6}{2\times2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又∵ $\alpha\in[0,\pi]$，∴ $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，故选 B.



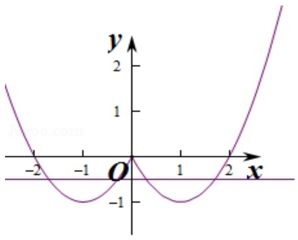
9.【解析】不等式组表示的区域如图阴影部分，其中 AB 的中点为 P，则 $AP\perp OP$，∴ $|OP|$ 最长时，AB 最小，∵最小 l 经过可行域，由图形可知点 P 为直线 $x-2y+1=0$ 与 $y-2=0$ 的交点 $(3,2)$ 时，$|OP|$ 最长，∵ $k_{OP}=\dfrac{2}{3}$，则直线 l 的方程为 $y-2=-\dfrac{3}{2}(x-4)$，即 $3x+2y-13=0$．故选 D.

10．【解析】由题得 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=a^2\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}a^2$，

$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{CM}=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AN}\right)\cdot\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{1}{2}a^2-\lambda a^2-(1-\lambda)a^2+\dfrac{1}{2}\lambda(1-\lambda)a^2=\left(-\dfrac{1}{2}\lambda^2+\dfrac{1}{2}\lambda-\dfrac{1}{2}\right)a^2$，

∴当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，$f(\lambda)$ 的最大值为 $-\dfrac{3}{8}a^2=-2$，∴ $a=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$．故选 C.

11．【解析】∵ $g(-x)=f\left(x^2\right)+f\left(a-2|x|\right)=g(x)$，∴ $g(x)$ 是偶函数，



若 $g(x)=f\left(x^2\right)+f\left(a-2|x|\right)$ 恰有 4 个零点，等价于当 $x>0$ 时，$g(x)$ 有两个不同的零点，∵ $f(x)$ 是奇函数，∴由 $g(x)=f\left(x^2\right)+f\left(a-2|x|\right)=0$，得 $f\left(x^2\right)=-f\left(a-2|x|\right)=f\left(2|x|-a\right)$，∵ $f(x)$ 是单调函数，∴ $x^2=2|x|-a$，即 $-a=x^2-2|x|$，

当 $x>0$ 时，$-a=x^2-2|x|=x^2-2x$ 有两个根即可，设 $h(x)=x^2-2x=(x-1)^2-1$，要使当 $x>0$ 时，$-a=x^2-2|x|$ 有两个根，则 $-1<-a<0$，即 $0<a<1$，即实数 a 的取值范围是 $(0,1)$，故选 D.

12.【解析】∵ $a_{n+1}=a_n^2+a_n$，$a_1=2$ ∴ $a_n>0$，∴ $a_{n+1}-a_n=a_n^2>0$，即数列 $\{a_n\}$ 为单调增数列，

$\therefore a_{n+1}=a_n(a_n+1)\geq6$，即 $\dfrac{1}{a_{n+1}}=\dfrac{1}{a_n(a_n+1)}=\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_n+1}\leq\dfrac{1}{6}$，　　$\therefore\dfrac{1}{a_n+1}=\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_{n+1}}$，

$\because\dfrac{2a_m}{a_m+1}=2(1-\dfrac{1}{a_m+1})$　　　$\therefore S_m=\dfrac{2a_1}{a_1+1}+\dfrac{2a_2}{a_2+1}+\cdots+\dfrac{2a_m}{a_m+1}$

$=2(1-\frac{1}{a_1+1})+2(1-\frac{1}{a_2+1})+\cdots+2(1-\frac{1}{a_m+1})=2m-2(\frac{1}{a_1+1}+\frac{1}{a_2+1}+\cdots+\frac{1}{a_m+1})$

$=2m-2(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_m}-\frac{1}{a_{m+1}})=2m-2(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{m+1}})=2m-1+\frac{2}{a_{m+1}}\le 2m-\frac{2}{3}$

$\because S_m<2020$， $\therefore 2m-\frac{2}{3}<2020$，即 $m<1010+\frac{1}{3}$，$\therefore$ 正整数 m 的最大值为 1010，故选:B.

13.【解析】通过数据比对，甲、乙两人应该舍去的报告名称为 D，当甲乙两人中某人听报告 D，则此人不能听报告 B，C，E，F，故听报告 D 最不合适，故答案为 D.

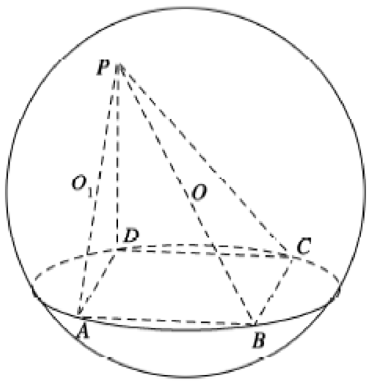
14.【解析】由题得 $a=(-\cos x)\big|_0^{\pi}=2$，$\therefore \left(ax+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5=\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$，

设二项式展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_5^r\cdot 2^{5-r}x^{5-\frac{3}{2}r}$，

令 $5-\frac{3}{2}r=2$，$\therefore r=2$，$\therefore x^2$ 的系数为 $C_5^2 2^3=80$．故答案为 80.

15.【解析】6 人分组为 $C_6^2C_4^2=90$ 种，当 A 照顾老人甲时有 $C_5^1C_4^2=30$ 种，同理义工 B 照顾老人乙也有 30 种，再加上 A,B 同时分别照顾老人甲和乙有 $C_4^2\cdot 2=12$ 种，所以共有 $90-30\times 2+12=42$ 种.

16. $90°$；$\frac{8\sqrt{14}}{3}$ 【解析】如图，由 $\angle PAB=90°$ 及 $AB\perp AD$，得 $AB\perp$ 平面 PAD，即 P 点在与 BA 垂直的圆面 O_1 内运动，易知，当 P、O_1、A 三点共线时，PA 达到最长，此时，PA 是圆 O_1 的直径，则 $\angle PDA=90°$；又 $AB\perp PD$，所以 $PD\perp$ 平面 $ABCD$，此时可将四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 补形为长方体 $A_1B_1C_1P\text{-}ABCD$，其体对角线为 $PB=2R=8$，底面边长为 2 的正方形，易求出，高 $PD=2\sqrt{14}$，故四棱锥体积 $V=\frac{1}{3}\times 4\times 2\sqrt{14}=\frac{8\sqrt{14}}{3}$.



17.【详解】(1) $\because AB=14$，$BD=6$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=66$ $\therefore \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=AB\cdot BD\cos B=14\times 6\cos B=66$

$\therefore \cos B=\frac{11}{14}$ $\because$ 在 ΔABC 中，$C>B$，且 $B+C+\angle ABC=\pi$ $\therefore B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore \sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{1-\left(\frac{11}{14}\right)^2}=\frac{5\sqrt{3}}{14}$ ································ 2 分

$\because$在 ABC 中，$C>B$，且 $B+C+\angle ABC=\pi$，$\therefore C-B\in(0,\pi)$ $\because \cos(C-B)=\dfrac{13}{14}$ 且 $C-B\in(0,\pi)$

$\therefore \sin(C-B)=\sqrt{1-\cos^2(C-B)}=\sqrt{1-\left(\dfrac{13}{14}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$ ································ 4 分

$\therefore \cos C=\cos[(C-B)+B]=\cos(C-B)\cos B-\sin(C-B)\sin B=\dfrac{13}{14}\times\dfrac{11}{14}-\dfrac{3\sqrt{3}}{14}\times\dfrac{5\sqrt{3}}{14}=\dfrac{1}{2}$

在 ΔABC 中，$\because C\in(0,\pi)$ $\therefore C=\dfrac{\pi}{3}$. ································ 6 分

（2）$\because \Delta ACD$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CD}$ $\therefore \dfrac{1}{2}CD\cdot CA\cdot\sin C=\dfrac{1}{2}AC\cdot CD\cdot\cos C$ $\therefore \sin C=\cos C$

$\because$在 ΔACD 中，$C\in(0,\pi)$ $\therefore \sin C\neq 0$，则 $\cos C\neq 0$ $\therefore \tan C=\dfrac{\sin C}{\cos C}=1$，则 $C=\dfrac{\pi}{4}$ ······ 9 分

在 ΔABC 中，由正弦定理得：$\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin C}$ 又$\because \sin B=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$，$AB=14$，$\sin C=\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

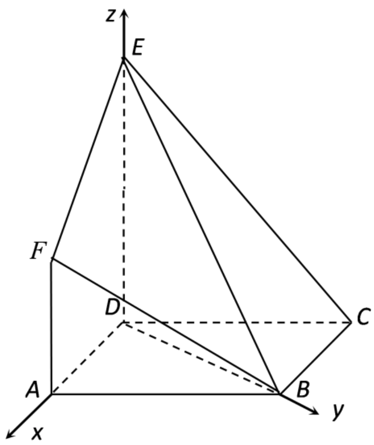
$\therefore \dfrac{AC}{\frac{5\sqrt{3}}{14}}=\dfrac{14}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，则 $AC=5\sqrt{6}$. ································ 12 分

18.【解析】（1）由底面 $ABCD$ 为平行四边形，知 $AB/\!/CD$，

又$\because AB\not\subset$平面 CDE，$CD\subset$平面 CDE，$\therefore AB/\!/$平面 CDE. 同理 $AF/\!/$平面 CDE，

又$\because AB\cap AF=A$，$\therefore$平面 $ABF/\!/$平面 CDE.

又$\because BF\subset$平面 ABF，$\therefore BF/\!/$平面 CDE. ································ 4 分



（2）连接 BD，$\because$平面 $ADEF\perp$平面 $ABCD$，平面 $ADEF\cap$平面 $ABCD=AD$，

$DE\perp AD$，$\therefore DE\perp$平面 $ABCD$. 则 $DE\perp DB$，又$\because DE\perp AD$，$AD\perp BE$，

$DE\cap BE=E$，$\therefore AD\perp$平面 BDE，则 $AD\perp BD$，故 DA，DB，DE 两两垂直，

$\therefore$以 DA，DB，DE 所在的直线分别为 x 轴、y 轴和 z 轴，如图建立空间直角坐标系，

则 $D(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(-1,1,0)$，$E(0,0,2)$，$F(1,0,1)$，··············· 7 分

∴ $\overrightarrow{BE}=(0,-1,2)$，$\overrightarrow{EF}=(1,0,-1)$，设平面 BEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

由 $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BE}=0$， $\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{EF}=0$，得 $\begin{cases}-y+2z=0\\x-z=0\end{cases}$，令 $z=1$，得 $\boldsymbol{m}=(1,2,1)$， ………………… 9 分

设线段 BE 上存在点 Q，使得平面 $CDQ\perp$ 平面 BEF，设 $\overrightarrow{BQ}=\lambda\overrightarrow{BE}=(0,-\lambda,2\lambda)$，$(\lambda\in[0,1])$，

∴ $\overrightarrow{DQ}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BQ}=(0,1-\lambda,2\lambda)$． 设平面 CDQ 的法向量为 $\boldsymbol{u}=(a,b,c)$，

又∵ $\overrightarrow{DC}=(-1,1,0)$，∴ $\boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{DQ}=0$， $\boldsymbol{u}\cdot\overrightarrow{DC}=0$，即 $\begin{cases}(1-\lambda)b+2\lambda c=0\\-a+b=0\end{cases}$，令 $b=1$，得 $\boldsymbol{u}=\left(1,1,\dfrac{\lambda-1}{2\lambda}\right)$．

若平面 $CDQ\perp$ 平面 BEF，则 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{u}=0$，即 $1+2+\dfrac{\lambda-1}{2\lambda}=0$，解得 $\lambda=\dfrac{1}{7}\in[0,1]$． ………………… 11 分

∴线段 BE 上存在点 Q，使得平面 $CDQ\perp$ 平面 BEF，且此时 $\dfrac{BQ}{BE}=\dfrac{1}{7}$． ………………… 12 分

19.【解析】(1) 由于 M 是椭圆 C 的上顶点，由题意得 $2a+2c=6$，

又椭圆离心率为 $\dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$，解得 $a=2$， $c=1$，

又 $b^2=a^2-c^2=3$，∴椭圆 C 的标准方程 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$． ………………………… 4 分

(2) 当直线 AB 斜率存在，设 AB 的直线方程为 $y-t=k(x-1)$，

联立 $\begin{cases}3x^2+4y^2=12\\y-t=k(x-1)\end{cases}$，得 $(3+4k^2)x^2+8k(t-k)x+4(t-k)^2-12=0$，

由题意，$\varDelta>0$，设 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{8k(t-k)}{3+4k^2}$， ………………………… 6 分

∵ $|PA|=|PB|$，∴ P 是 AB 的中点．即 $\dfrac{x_1+x_2}{2}=1$，得 $-\dfrac{8k(t-k)}{3+4k^2}=2$， $3+4kt=0$， ①

又 $l\perp AB$， l 的斜率为 $-\dfrac{1}{k}$，直线 l 的方程为 $y-t=-\dfrac{1}{k}(x-1)$， ②

把①代入②可得 $y=-\frac{1}{k}\left(x-\frac{1}{4}\right)$，∴直线 l 恒过定点 $\left(\frac{1}{4},0\right)$. ……………………………… 10 分

当直线 AB 斜率不存在时，直线 AB 的方程为 $x=1$，此时直线 l 为 x 轴，也过 $\left(\frac{1}{4},0\right)$.

综上所述，直线 l 恒过点 $\left(\frac{1}{4},0\right)$. 。。。。。。。。。。。。。。。。。。。。。。。。。 12 分

20.【解析】(1) $f'(x)=\frac{a}{x}+2x+(a+2)=\frac{2x^2+(a+2)x+a}{x}=\frac{(2x+a)(x+1)}{x}$， $x>0$，。。。。。。 2 分

当 $a\ge 0$ 时， $f'(x)>0$，$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增；当 $a<0$ 时，当 $0<x<-\frac{a}{2}$ 时， $f'(x)<0$，

当 $x>-\frac{a}{2}$ 时， $f'(x)>0$，$\therefore f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{a}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增.。。。。。。。。。 4 分

(2) $\because f(x_1)=f(x_2)$，$\therefore a\ln x_1+x_1^2+(a+2)x_1=a\ln x_2+x_2^2+(a+2)x_2$，

$\therefore a(\ln x_1-\ln x_2)=x_2^2-x_1^2+(a+2)(x_2-x_1)=(x_2-x_1)(x_2+x_1+a+2)$，$\therefore x_2+x_1+a+2=\frac{a(\ln x_1-\ln x_2)}{x_2-x_1}$，

$\because f'(x)=\frac{a}{x}+2x+(a+2)$，$\therefore f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)=\frac{2a}{x_1+x_2}+x_2+x_1+a+2=\frac{2a}{x_1+x_2}+\frac{a(\ln x_1-\ln x_2)}{x_2-x_1}$

$=a\left(\frac{2}{x_1+x_2}-\frac{\ln\frac{x_2}{x_1}}{x_2-x_1}\right)=\frac{a}{x_2-x_1}\left(\frac{2(x_2-x_1)}{x_2+x_1}-\ln\frac{x_2}{x_1}\right)=\frac{a}{x_2-x_1}\left(\frac{2\left(\frac{x_2}{x_1}-1\right)}{\frac{x_2}{x_1}+1}-\ln\frac{x_2}{x_1}\right)$，。。。。。。。。。。。。。。。。 8 分

不妨设 $x_2>x_1>0$，则 $\frac{x_2}{x_1}>1$，所以只要证 $\frac{2\left(\frac{x_2}{x_1}-1\right)}{\frac{x_2}{x_1}+1}-\ln\frac{x_2}{x_1}<0$，令 $\frac{x_2}{x_1}=t>1$，

$\therefore g(t)=\frac{2t-2}{t+1}-\ln t=2-\frac{4}{t+1}-\ln t$，$\therefore g'(t)=\frac{4}{(t+1)^2}-\frac{1}{t}=\frac{4t-(t+1)^2}{t(t+1)^2}=-\frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}<0$，

$\therefore g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，$\therefore g(t)<g(1)=\frac{2-2}{1+1}-\ln 1=0$，$\therefore\frac{2\left(\frac{x_2}{x_1}-1\right)}{\frac{x_2}{x_1}+1}-\ln\frac{x_2}{x_1}<0$，

$\therefore f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>0$ …………………………… 12 分

21【详解】(1) 由题可知, 一盘游戏中仅出现一次音乐的概率为:

$f(p)=C_3^1p(1-p)^2=3p^3-6p^2+3p$, $f'(p)=3(3p-1)(p-1)$ ……………… 1 分

由 $f'(p)=0$ 得 $p=\frac{1}{3}$ 或 $p=1$ (舍) 当 $p\in\left(0,\frac{1}{3}\right)$ 时, $f'(p)>0$; 当 $p\in\left(\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right)$ 时, $f'(p)<0$,

$\therefore f(p)$ 在 $\left(0,\frac{1}{3}\right)$ 上单调递增, 在 $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right)$ 上单调递减, ……………… 2 分

$\therefore$ 当 $p=\frac{1}{3}$ 时, $f(p)$ 有最大值, 即 $f(p)$ 的最大值点 $p_0=\frac{1}{3}$; ……………… 3 分

(2) 由 (1) 可知, $p=p_0=\frac{1}{3}$ 则每盘游戏出现音乐的概率为 $p_1=1-\left(1-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{19}{27}$, ………… 4 分

由题可知 $X\sim B\left(3,\frac{19}{27}\right)$ $\therefore EX=3\times\frac{19}{27}=\frac{19}{9}$; ……………… 6 分

(3) 由题可设每盘游戏的得分为随机变量 ξ, 则 ξ 的可能值为-300, 50, 100, 150; ………… 7 分

$\therefore P(\xi=-300)=(1-p)^3$; $P(\xi=50)=C_3^1p(1-p)^2$;

$P(\xi=100)=C_3^2p^2(1-p)$; $P(\xi=150)=p^3$; …………………… 9 分

$\therefore EX=-300(1-p)^3+50C_3^1p(1-p)^2+100C_3^2p^2(1-p)+150p^3=300\left(p^3-3p^2+\frac{7}{2}p-1\right)$;

令 $g(p)=p^3-3p^2+\frac{7}{2}p-1$, 则 $g'(p)=3p^2-6p+\frac{7}{2}=3(p-1)^2+\frac{1}{2}>0$;

所以 $g(p)$ 在 $\left(0,\frac{2}{5}\right)$ 单调递增; $\therefore g(p)<g\left(\frac{2}{5}\right)=-\frac{2}{125}<0$; 即有 $EX<0$;

故若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了. …………………… 12 分

22.【解析】(1) 由已知得$\begin{cases}\dfrac{x}{a}-1=\sin t\\ \dfrac{y}{a}=\cos t\end{cases}$平方相加消去参数$t$得到$\left(\dfrac{x}{a}-1\right)^2+\left(\dfrac{y}{a}\right)^2=1$ ，…………… 2 分

即$(x-a)^2+y^2=a^2$，∴C_1的普通方程：$(x-a)^2+y^2=a^2$，∴C_1是以$(a,0)$为圆心，a为半径的圆，

再将$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$带入C_1的普通方程，得到C_1的极坐标方程$\rho=2a\cos\theta$ ………… 5 分

(2) C_3的极坐标方程$\theta=\dfrac{5\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$，将$\theta=\dfrac{\pi}{6}$，$\theta=\dfrac{5\pi}{3}$代入$\rho=2a\cos\theta$，

解得$\rho_1=\sqrt{3}a$，$\rho_2=a$， ……………………… 8 分

则△OMN的面积为$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}a\times a\times\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2=2\sqrt{3}$，解得$a=2$． ………………… 10 分

23.解:(1)法一:$|x+1|+|x-1|\geqslant|(x+1)-(x-1)|=2$(当且仅当$-1\leqslant x\leqslant 1$时取等号);

又$|x|\geqslant 0$(当且仅当$x=0$时取等号),

所以$|x+1|+|x|+|x-1|\geqslant 2$(当且仅当$x=0$时取等号).

由题意,得即$|m+1|\leqslant 2\Rightarrow -2\leqslant m+1\leqslant 2\Rightarrow -3\leqslant m\leqslant 1$. ……………………………… 4 分

故m的取值范围是$[-3,1]$. ……………………………… 5 分

法二:因为对于任意$x\in\mathbf{R}$恒有$|x+1|+|x|+|x-1|\geqslant|m+1|$成立,即$|m+1|\leqslant(|x-1|+|x|+|x+1|)_{\min}$,

令$f(x)=|x+1|+|x|+|x-1|$,易知$f(x)$是偶函数,且$x\in[0,+\infty)$时为增函数,……………2 分

所以$f(x)_{\min}=f(0)=2$,即$|m+1|\leqslant 2\Rightarrow -2\leqslant m+1\leqslant 2\Rightarrow -3\leqslant m\leqslant 1$. ……………………… 4 分

故m的取值范围是$[-3,1]$. ……………………………… 5 分

(2)由(1)知,$M=1$,即$a+2b+3c=1$. ……………………………… 6 分

所以$\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{b+2c}=(a+2b+3c)\cdot\left(\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{b+2c}\right)=\dfrac{(2a+b)+3(b+2c)}{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{b+2c}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left[4+\dfrac{3(b+2c)}{2a+b}+\dfrac{2a+b}{b+2c}\right]\geqslant\dfrac{1}{2}[4+2\sqrt{3}]=2+\sqrt{3}$. ……………………………… 9 分

故不等式$\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{b+2c}\geqslant 2+\sqrt{3}$成立. ……………………………… 10 分