

姓 名 _____

准考证号 _____

绝密★启用前

2020 届高三三月考试卷

数 学 (理科)

注意事项:

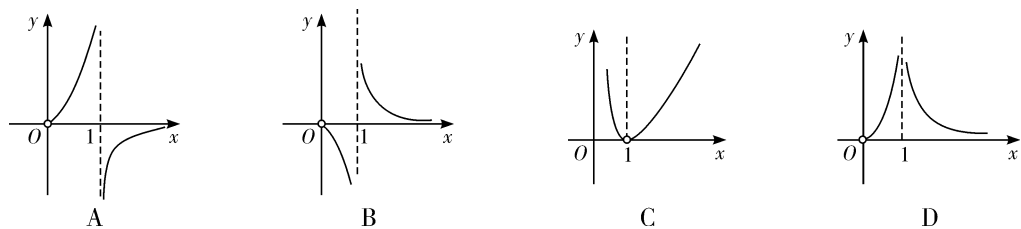
1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{y | y = \sqrt{1-x}\}$, $B = \{x | (x+1)(x-2) < 0\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $[1, 2)$
 - B. $(-1, 1]$
 - C. $[0, 2)$
 - D. $(-1, 2)$
2. 已知复数 z 满足 $z - \bar{z} = 0$, 且 $z \cdot \bar{z} = 4$, 则 $z =$
 - A. 2
 - B. $2i$
 - C. $\pm 2i$
 - D. ± 2
3. 下列说法正确的是
 - A. “若 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, 则 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ”的否命题是“若 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, 则 $\sin \alpha \neq \frac{1}{2}$ ”
 - B. 若命题 p , $\neg q$ 均为真命题, 则命题 $p \wedge q$ 为真命题
 - C. 命题 p : “ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 - 5 > 0$ ”的否定为 $\neg p$: “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x - 5 \leq 0$ ”
 - D. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $C = \frac{\pi}{2}$ ”是“ $\sin A = \cos B$ ”的充要条件
4. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 2, |2a + b| = \sqrt{3}|2a - b|$, 则 a 与 b 夹角为
 - A. 30°
 - B. 45°
 - C. 60°
 - D. 120°
5. 已知 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ 的值为
 - A. $\frac{1}{3}$
 - B. $-\frac{1}{3}$
 - C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 - D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x-\ln x-1}$, 则 $y=f(x)$ 的图象大致为



7. 如果将函数 $y=\sqrt{5}\sin x+\sqrt{5}\cos x$ 的图象向右平移 $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ 个单位得到函数 $y=3\sin x+a\cos x(a<0)$ 的图象, 则 $\tan \theta$ 的值为

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. 3

8. 现有 10 名学生排成一排, 其中 4 名男生, 6 名女生, 若有且只有 3 名男生相邻排在一起, 则不同的排法共有()种.

- A. $A_6^2A_7^2$
- B. $A_4^3A_7^2$
- C. $A_3^3A_6^2A_7^2$
- D. $A_4^3A_6^6A_7^2$

9. 已知 $\triangle ABC$ 外接圆的半径 $R=2$, 且 $2\sqrt{3}\cos^2\frac{A}{2}=\sin A$, 则 $\triangle ABC$ 周长的取值范围为

- A. $(2\sqrt{3}, 4]$
- B. $(4, 4\sqrt{3}]$
- C. $(4\sqrt{3}, 4+2\sqrt{3}]$
- D. $(4+2\sqrt{3}, 6\sqrt{3}]$

10. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1、F_2$, 过原点的直线与双曲线 C 交于 $A、B$ 两点, 若 $\angle AF_2B=60^\circ, \triangle ABF_2$ 的面积为 $\sqrt{3}a^2$, 则双曲线的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- C. 2
- D. $\sqrt{5}$

11. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 且对任意的实数 x 都有 $f'(x)=e^x(2x+1)+f(x), f(0)=-2$, 则不等式 $f(x)<4e^x$ 的解集为

- A. $(-2, 3)$
- B. $(-3, 2)$
- C. $(-\infty, -3)\cup(2, +\infty)$
- D. $(-\infty, -2)\cup(3, +\infty)$

12. 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $AB\perp BC, AB=BC=2, SA=SC=2\sqrt{2}$, 二面角 $S-AC-B$ 的余弦值是 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, 若 S, A, B, C 都在同一球面上, 则该球的表面积是

- A. 6π
- B. 8π
- C. 12π
- D. 18π

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第13~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 设随机变量 $\xi \sim N(3, \sigma^2)$, 若 $P(\xi \geq 7) = 0.16$, 则 $P(-1 \leq \xi \leq 7) =$ _____.

14. 向曲线 $x^2 + y^2 = |x| + |y|$ 所围成的区域内任投一点, 这点正好落在 $y = 1 - x^2$ 与两坐标轴非负半轴所围成区域内的概率为 _____.

15. 过直线 $l: x + y = 3$ 上任一点 P 向圆 $C: x^2 + y^2 = 1$ 作两条切线, 切点分别为 A, B , 线段 AB 的中点为 Q , 则点 Q 到直线 l 的距离的取值范围为 _____.

16. 定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = 2 + \sqrt{4f(x) - f^2(x)}$, 则 $f(2021) =$ _____.

三、解答题: 本大题共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 首项 $a_1 = 1$, 且 $\frac{S_{2020}}{2020} - \frac{S_{2017}}{2017} = 3$. 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且满足 $T_n = 2 - b_n (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

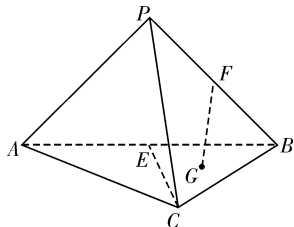
(2) 求数列 $\left\{ \frac{a_n b_n}{2} \right\}$ 的前 n 项和 S'_n .

18. (本小题满分12分)

如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 ABC , $PA = PB$, $\angle APB = \angle ACB = 90^\circ$, 点 E, F 分别是棱 AB, PB 的中点, 点 G 是 $\triangle BCE$ 的重心.

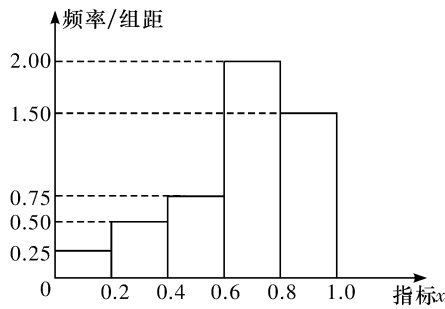
(1) 证明: $GF \parallel$ 平面 PAC ;

(2) 若 GF 与平面 ABC 所成的角为 60° , 求二面角 $B-AP-C$ 的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

在贯彻中共中央、国务院关于精准扶贫政策的过程中,某单位在某市定点帮扶某村 100 户贫困户. 为了做到精准帮扶,工作组对这 100 户村民的年收入情况、危旧房情况、患病情况等进行调查,并把调查结果转化为各户的贫困指标 x . 将指标 x 按照 $[0,0.2), [0.2,0.4), [0.4,0.6), [0.6,0.8), [0.8,1.0]$ 分成五组,得到如图所示的频率分布直方图. 规定若 $0 \leq x < 0.6$, 则认定该户为“绝对贫困户”, 否则认定该户为“相对贫困户”; 当 $0 \leq x < 0.2$ 时, 认定该户为“亟待帮住户”. 工作组又对这 100 户家庭的受教育水平进行评测, 家庭受教育水平记为“良好”与“不好”两种.



(1) 完成下面的列联表, 并判断是否有 95% 的把握认为绝对贫困户数与受教育水平不好有关:

	受教育水平良好	受教育水平不好	总计
绝对贫困户	2		
相对贫困户		52	
总计			100

(2) 上级部门为了调查这个村的特困户分布情况, 在贫困指标处于 $[0,0.4)$ 的贫困户中, 随机选取两户, 用 X 表示所选两户中“亟待帮助户”的户数, 求 X 的分布列和数学期望 EX .

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024

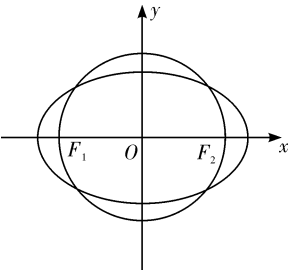
20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点

$M(0, \sqrt{2})$ 在椭圆 C 上, 焦点为 F_1, F_2 , 圆 O 的直径为 F_1F_2 .

(1) 求椭圆 C 及圆 O 的标准方程;

(2) 设直线 l 与圆 O 相切于第一象限内的点 P , 且直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点. 记 $\triangle OAB$ 的面积为 S , 证明:
 $S < \sqrt{3}$.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 1 + x - 2\sin x, x > 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 证明: $f(x) > e^{-2x}$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{6} \sin \alpha, \\ y = \sqrt{6} \cos \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$, 以坐标原点 O

为极点, 以 x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 2$.

(1) 求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程;

(2) 直线 l 与 x 轴的交点为 P , 经过点 P 的直线 m 与曲线 C 交于 A, B 两点, 若 $|PA| + |PB| = 4\sqrt{3}$, 求直线 m 的倾斜角.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = 2|x+1| + |x-m| (m > -1)$.

(1) 若 $m = 3$, 求不等式 $f(x) > 7$ 的解集;

(2) 若 $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x_0) < 2$ 成立, 求实数 m 的取值范围.