高三年级数学（理科） 时间 120 分钟　满分：150 分

第 I 卷（选择题　 共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题的四个选项中，有且只有一项符合要求）

1. 已知集合 $M=\{y\mid y=x^2-1,x\in R\}$，集合 $N=\{x\mid y=\sqrt{3-x^2}\}$，则 $M\bigcap N=$（　　）

A　$\{(-\sqrt{2},1),(\sqrt{2},1)\}$　　B　$\{-\sqrt{2},\sqrt{2},1\}$　　C　$[-1,\sqrt{3}]$　　D　$\varnothing$

2. 已知 z 是纯虚数，$\dfrac{z+2}{1-i}$ 是实数，那么 $z=$（　　　）

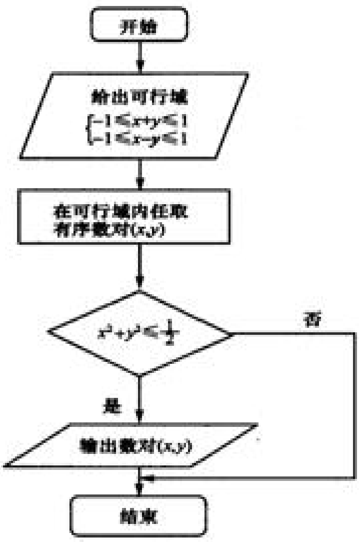
A．$2i$　　B．i　　C．$-i$　　D．$-2i$

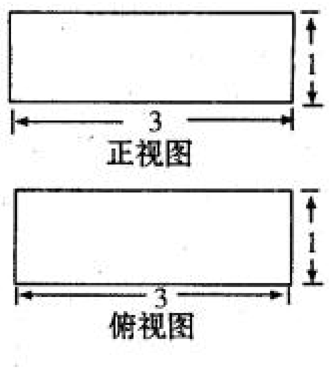
3. 使不等式 $|x|\le 2$ 成立的一个必要不充分条件是（　　）

A $|x+1|\le 3$　　B $|x+1|\le 2$　　C　$\log_2(x+1)\le 1$　　D　$\dfrac{1}{|x|}\ge\dfrac{1}{2}$

4. 在可行域内任取一点 (x,y)，如果执行如下图的程序框图，那么输出数对 (x,y) 的概率是（ ）

A　$\dfrac{\pi}{8}$　　B　$\dfrac{\pi}{4}$　　C　$\dfrac{\pi}{6}$　　.D　$\dfrac{\pi}{2}$





5 题图

5. 具有如图所示的正视图和俯视图的几何体中，体积最小的几何体的表面积为（　　）

A　13　　B $7+3\sqrt{2}$　　C　$\dfrac{7}{2}\pi$　　D　不能确定

6. 若 $\cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$，α 是第三象限的角，则 $\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=$（　　）

$A\ -\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$　　$B\ \dfrac{7\sqrt{2}}{10}$　　$C\ -\dfrac{\sqrt{2}}{10}$　　$D\ \dfrac{\sqrt{2}}{10}$

7 某学生在一门功课的 22 次考试中，所得分数如下茎叶图所示，则此学生该门功课考试分数的极差与中位数之和为（　　）

	考试成绩							
5	6							
6	2	3	3	5	6	8	9	
7	1	4	6	6	7	8	9	9
8	2	5	7	8				
9	5	8						

A 117　　B 118　　C 118．5　　D 119．5

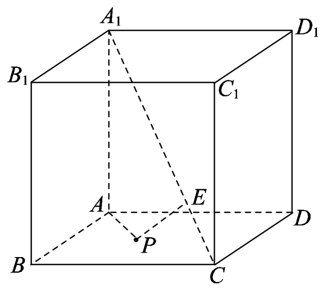
8. 函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上单调，且 $f(-\dfrac{\pi}{3})\le f(x)\le f(\dfrac{\pi}{6})$ 恒成立，则此函数图象与 y 轴交点的纵坐标为（　）

$A\ \ 1$　　$B\ \ \sqrt{2}$　　$C\ \ \sqrt{3}$　　$D\ \ \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

9. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为底面 $ABCD$ 上的动点，$PE\perp A_1C$ 于 E，且 $PA=PE$，则点 P 的轨迹是（　　）

A 线段　　B 圆

C 椭圆的一部分　　D 抛物线的一部分



10. 双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 右焦点为 F，P 是双曲线上一点，点 M 满足 $|\overrightarrow{MF}|=1$，$\overrightarrow{MF}\cdot\overrightarrow{MP}=0$

则 $|\overrightarrow{MP}|$ 最小值为（　　）

$A\ \ 3$　　$B\ \ 2$　　$C\ \ \sqrt{3}$　　$D\ \ \sqrt{2}$

11. 已知 $f\left(x\right)$ 是以 2 为周期的偶函数，当 $x\in\left[0,1\right]$ 时，$f\left(x\right)=\sqrt{x}$，那么在区间 $\left(-1,3\right)$ 内，关于 x 的方程 $f\left(x\right)=kx+k\left(k\in R\right)$ 有 4 个根，则 k 的取值范围是（　　）

$A\ 0<k\le\dfrac{1}{4}$ 或 $k=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　$B\ \ 0<k\le\dfrac{1}{4}$　　$C\ \ 0<k<\dfrac{1}{4}$ 或 $k=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　$D\ \ 0<k<\dfrac{1}{4}$

12. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 满足：$2S_n=a_n+\dfrac{1}{a_n}$（$n\in N^*$），若

$f(n)=\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}$，记$[m]$表示不超过$m$的最大整数，则$[f(100)]=$（　）

A　17　　　B　18　　　C　19　　　D　20

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在题中横线上）

13. 已知$a=\int_{-1}^{1}(3x^2+\sqrt{1-x^2})dx$，则$\left[(a-\frac{\pi}{2})x-\frac{1}{x}\right]^6$展开式中的常数项为_________。

14. 已知函数$f(x)$在定义域$(0,+\infty)$上是单调函数，若对任意的$x\in(0,+\infty)$，都有$f[f(x)-\frac{1}{x}]=2$，则$f(\frac{1}{5})$的值是__________.

15. 已知直线$y=kx-2(k>0)$与抛物线$C:x^2=8y$相交于A,B两点，F为C的焦点，若$|FA|=2|FB|$，则$k=$________。

16. 设正数数列$\{a_n\}$的前n项和为b_n，数列$\{b_n\}$的前n项积为c_n，若$b_n+c_n=1$则数列$\{\frac{1}{a_n}\}$中最接近 2020 的数是_______。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答适应写出文字说明，证明过程或演算步骤．
将解答过程写在相应答题区域，答在区域之外的判作无效．

17.（本题 12 分）已知公差不为零的等差数列$\{a_n\}$各项均为正数，其前n项和为S_n，满足$2S_2=a_2(a_2+1)$且a_1,a_2,a_4成等比数列。

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

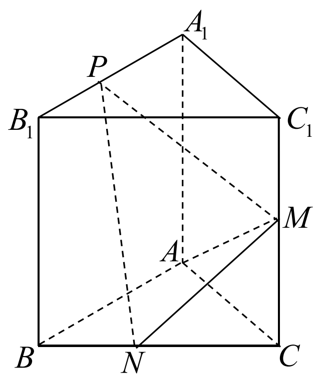
（2）设$b_n=a_{n+1}\bullet 2^{a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$.

18.（本题 12 分）如图，已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面垂直，$AA_1=AB=AC=1$，$AB\perp AC$，M,N分别是CC_1，BC的中点，点P在直线A_1B_1上，且$\overrightarrow{A_1P}=\lambda\overrightarrow{A_1B_1}$

（Ⅰ）证明：无论λ取何值，总有$AM\perp PN$；

（Ⅱ）当λ取何值时，直线PN与平面ABC所成的角θ最大？并求该角取最大值时的正切值.

（Ⅲ）是否存在点P，使得平面PMN与平面ABC所成的二面角为30^0，若存在，试确定点P的位置，若不存在，请说明理由.



19. （本题 12 分）某公司共有职工 8000 名，从中随机抽取了 100 名，调查上、下班乘车所用时间，得 下表：

所用时间（分钟）	$[0,20)$	$[20,40)$	$[40,60)$	$[60,80)$	$[80,100)$
人数	25	50	15	5	5

公司规定，按照乘车所用时间每月发给职工路途补贴，补贴金额 y （元）与乘车时 间 t （分钟）的关系是 $y=200+40[\frac{t}{20}]$，其中 $[\frac{t}{20}]$ 表示不超过 $[\frac{t}{20}]$ 的最大整数.以样本频率为概率：

(I) 估算公司每月用于路途补贴的费用总额（元）；

(II) 以样本频率作为概率，求随机选取四名职工, 至少有两名路途补贴超过 300 元的概率.

20. （本题 12 分）已知中心在坐标原点 O，焦点在 x 轴上，长轴长是短轴长的 2 倍的椭圆经过点 $M(2,1)$.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）直线 l 平行于 OM，且与椭圆交于 A、B 两个不同点，连接（或延长）MA,MB 分别交 x 轴于点 $S(s,0),T(t,0)$，探求 $s+t$ 是否为定值，若是，求出此定值；若不是，请说明理由.

21. （本题 12 分） 已知函数 $f\left(x\right)=e^{x}-kx^{2},x\in R.$

（1）若 $k=\frac{1}{2}$，求证：当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)>1$；

（2）若 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，试求 k 的取值范围；

（3）求证：$(\frac{2}{1^4}+1)(\frac{2}{2^4}+1)(\frac{2}{3^4}+1)\cdots(\frac{2}{n^4}+1)<e^4(n\in N^*)$

请考生在第 22 ～ 23 两题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22. （本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，以极点为原点，极轴为 x 轴正半轴建立平面直角坐标系，设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=5+\frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\frac{1}{2}t \end{cases}$ （t 为参数）.

⑴ 求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程；

⑵ 设曲线 C 与直线 l 相交于 P、Q 两点，以 PQ 为一条边作曲线 C 的内接矩形，求该矩形的面积.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|2x-m|+4x$

（1）当 $m=2$ 时，解不等式 $f(x)\leq 1$；

（2）若不等式 $f(x)\leq 2$ 的解集为 $\{x\mid x\leq -2\}$，求 m 的值。